

18 Consolidatie

CORRECTIESLEUTEL

Inhoud (elk onderdeel behandelt de leerstof van t.e.m. 17)

	Ken je de theorie?
	Oefeningenreeks 1 peper
	Problemen oplossen met heuristieken
blz. 18 – 29	Oefeningenreeks 2 pepers
blz. 30 – 46	Oefeningenreeks 3 pepers
blz. 47	Problemen oplossen met heuristieken
blz. 48 – 64	Oefeningenreeks 4 pepers
blz. 65 – 76	Oefeningenreeks 5 pepers
blz. 77	Problemen oplossen met heuristieken
blz. 78 – 79	Wiskunde in de mechanica
blz. 80	Overzichtsschema

IN DEZE CONSOLIDATIEMODULE VIND JE THEORIEVRAGEN EN HERHALINGSVRAGEN IN VERSCHILLENDE PEPERCATEGORIËN OVER VOLGENDE MODULES:

- Module 1 t.e.m. 12
- Module 14: Driehoeksmeting in rechthoekige driehoeken
- Module 15: Verwerkte gegevens analyseren en interpreteren
- Module 16: Rechten en merkwaardige lijnen
- Module 17: Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen

Consolidatie betekent:

- Hoe zet ik de leerstof – verspreid over vele gehelen – vast in mijn brein?
- Ik wil mijn kennis heropfrissen en beter vasthouden.
- Ik wil beter weten waar we wat gezien en geleerd hebben.
- Om dit alles nog te versterken, staan de oefeningen van alle modules kriskras door elkaar.



- TIP**
- Verdeel je tijd goed over de verschillende onderdelen.
 - Kies wijs.
 - Als je twijfelt over wat je best eerst aanpakt, vraag raad aan je leerkracht.

Net als in studentenhaver zitten in deze module naast lekkere gedroogde vruchten ook gezonde zachte en harde noten.



Ken je de theorie?

1

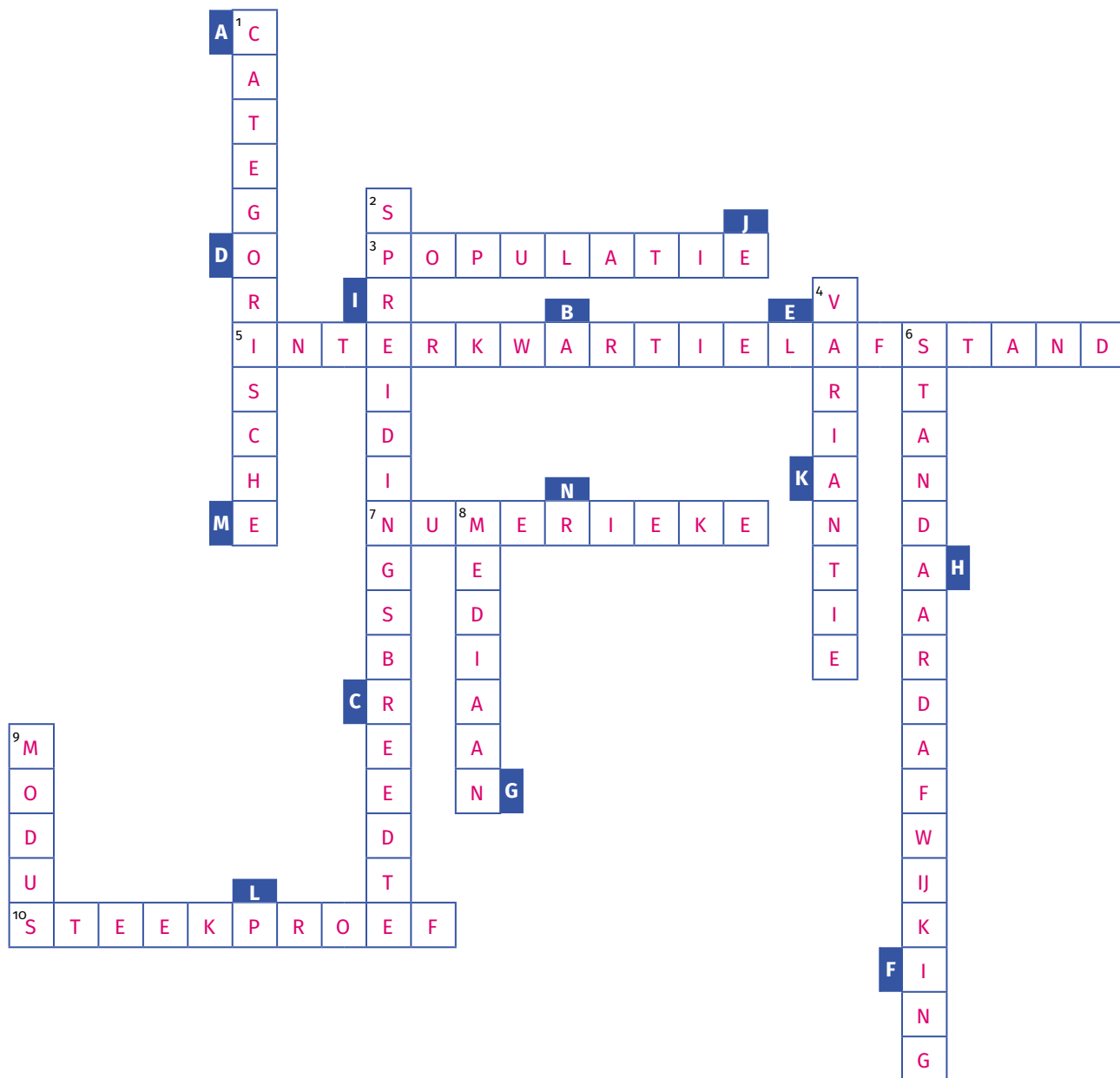
Vul aan met statistische begrippen. Vul de letters in de gekleurde vakjes in om de naam te vinden van de heetste peper ter wereld!

HORIZONTAAL

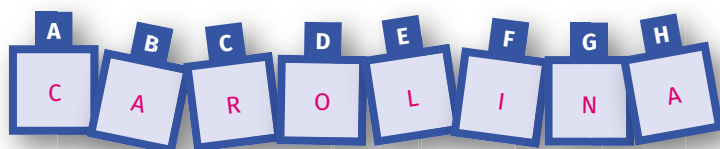
- 3 De ... is de totale groep waarover je een beeld wil vormen.
- 5 De ... is het verschil tussen het eerste en derde kwartiel.
- 7 Data waarmee het zinvol is om te rekenen zijn ... data.
- 10 Als je een deel van de populatie bevraagt, doe je een

VERTICAAL

- 1 Data waarmee niet gerekend wordt, of waarbij het niet zinvol is om te rekenen zijn ... data.
 - 2 De ... is het verschil tussen de grootste gegeven waarde en de kleinste gegeven waarde.
- Om te weten in welke mate de gegevens onderling van elkaar verschillen, hebben we de statistische parameters:
- 4 ... en
 - 6 ...
 - 8 Een ander woord voor tweede kwartiel is
 - 9 De ... is het gegeven dat het vaakst voorkomt.



De gezochte naam:



2

Geef de correcte formule.

a) Het verband tussen $\cos \hat{A}$, $\sin \hat{A}$ en $\tan \hat{A}$:

$$\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$$

b) De algemene vergelijking van een rechte:

$$ux + vy + w = 0$$

c) De grondformule van de goniometrie, d.i. het verband tussen de sinus en cosinus van eenzelfde hoek ($\sin \hat{A}$ en $\cos \hat{A}$):

$$\sin^2 \hat{A} + \cos^2 \hat{A} = 1$$

d) Schrijf in symbolen: "De vierkantswortel van het product van twee positieve reële getallen is gelijk aan het product van de vierkantswortels van die twee getallen."

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

e) Vul de juiste hoek in: $\cos 25^\circ = \sin$ $^\circ$

3

Zijn de volgende uitspraken waar of niet waar? Verbeter indien ze fout zijn.

a) De rechte door de punten $P_1(x_1, y_1)$ en $P_2(x_2, y_2)$ heeft als vergelijking $(x_2 - x_1)(y - y_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1)$.

Waar.

b) Het domein én het bereik van elke eerstegraadsfunctie is $\mathbb{R}$.

Waar.

c) $\sqrt{x^2 + 25} = x + 5$

Niet waar.

$$\sqrt{x^2 + 25} \neq \sqrt{x^2} + \sqrt{25}$$

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

d) Van elk reëel getal kan er een vierkantswortel getrokken worden.

Van elk reëel getal kan er een derdemachtswortel getrokken worden.

Niet waar.

Van elk positief reëel getal kan er een vierkantswortel getrokken worden.

- e) In een rechthoek staan de diagonalen loodrecht op elkaar.

Niet waar.

In een rechthoek zijn de diagonalen even lang en halveren ze elkaar. Als de diagonalen loodrecht op elkaar staan, dan is het een vierkant.

- f) Een parallellogram heeft twee even lange diagonalen.

Niet waar.

In een parallellogram halveren de diagonalen elkaar.

- g) In elke driehoek is elke zijde korter dan de som van de twee andere zijden, maar langer dan het verschil van de twee andere zijden.

Waar.

- h) In een gelijkbenige driehoek valt de zwaartelijn uit elk hoekpunt samen met de hoogtelijn en de bissectrice uit dat hoekpunt en de middelloodlijn van de overstaande zijde.

Niet waar.

Dit geldt enkel voor de zwaartelijn uit de top van een gelijkbenige driehoek.

- i) Bij een eerstegraadsfunctie resulteert een toename van de x-waarde met 1 in een toename van de y-waarden met de richtingscoëfficiënt.

Niet waar.

Bij een negatieve richtingscoëfficiënt is er een afname van de y-waarde met de richtingscoëfficiënt.

- j) In een rechthoekige driehoek zijn de twee scherpe hoeken complementair.

Waar.

4

Aan welke voorwaarde moet een verband tussen x en y voldoen opdat het een functie zou zijn?

Voor elke x -waarde moet er hoogstens één y -waarde bestaan.

5

Aan welke voorwaarden moeten de coëfficiënten u , v en w voldoen opdat de vergelijking $ux + vy + w = 0$ de vergelijking van een rechte zou zijn?

u en v mogen niet tegelijk nul zijn.

6

Geef een voorbeeld van de vergelijking van een rechte die evenwijdig is met de y -as.

Bv.

$$x = 4$$

$$x = 15$$

$$x = -7$$

7

Kleur de vakjes waarin er een voorschrift van een functie van de eerste graad staat.

$f(x) = \frac{3x - 8}{4}$	$f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$	$f(x) = 3 - x$	$f(x) = 5x^2$
$f(x) = 2x$	$f(x) = 4x + 10$	$f(x) = -4$	$f(x) = 4(x - 5) + 12$
$f(x) = \frac{x}{3}$	$f(x) = \frac{3}{x}$	$f(x) = \frac{5x}{3}$	$f(x) = (x + 3)^2 - x^2$

8

Bepaal voor alle eerstegraadsfuncties uit de vorige oefening ...

- a) de richtingscoëfficiënt van de rechte die deze functies als grafiek hebben.
b) het snijpunt van deze rechte met de y-as.

$$f(x) = \frac{3x - 8}{4}$$

- a) $a = \frac{3}{4}$
b) $(0, -2)$

$$f(x) = \frac{x}{3}$$

- a) $a = \frac{1}{3}$
b) $(0, 0)$

$$f(x) = 3 - x$$

- a) $a = -1$
b) $(0, 3)$

$$\begin{aligned} f(x) &= 4(x - 5) + 12 \\ &= 4x - 20 + 12 \\ &= 4x - 8 \end{aligned}$$

- a) $a = 4$
b) $(0, -8)$

$$f(x) = 2x$$

- a) $a = 2$
b) $(0, 0)$

$$f(x) = 4x + 10$$

- a) $a = 4$
b) $(0, 10)$

$$f(x) = \frac{5x}{3}$$

- a) $a = \frac{5}{3}$
b) $(0, 0)$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x + 3)^2 - x^2 \\ &= x^2 + 6x + 9 - x^2 \\ &= 6x + 9 \end{aligned}$$

- a) $a = 6$
b) $(0, 9)$

9

Som alle gelijkvormigheidskenmerken voor driehoeken op.
Vergelijk ze met de congruentiekenmerken voor driehoeken.

GELIJKVORMIGHEIDSKENMERKEN	CONGRUENTIEKENMERKEN
HH	HZH
$\frac{Z}{Z} \frac{H}{H} \frac{Z}{Z}$	ZHZ
$\frac{Z}{Z} \frac{Z}{Z} \frac{Z}{Z}$	ZZZ

10

De vergelijking van een rechte die de oorsprong bevat is van de vorm ... (kleur het juiste vakje)

$ux + vy + w = 0$ met $u \neq 0, v \neq 0$ en $w \neq 0$	$ux + w = 0$ met $u \neq 0$ en $w \neq 0$	$ux + vy = 0$ met $u \neq 0$ en $v \neq 0$	$vy + w = 0$ met $v \neq 0$ en $w \neq 0$
---	--	---	--

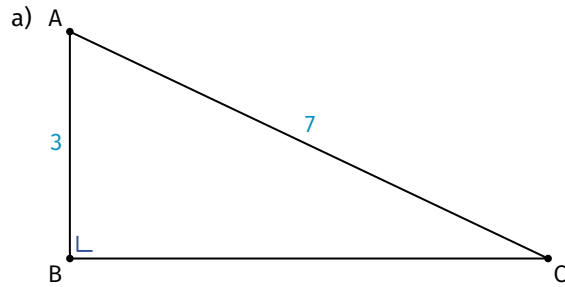
11

Welke coëfficiënten u , v en w zijn gelijk aan 0 als je weet dat de rechte a met vergelijking $ux + vy + w = 0$ evenwijdig is met de y -as?

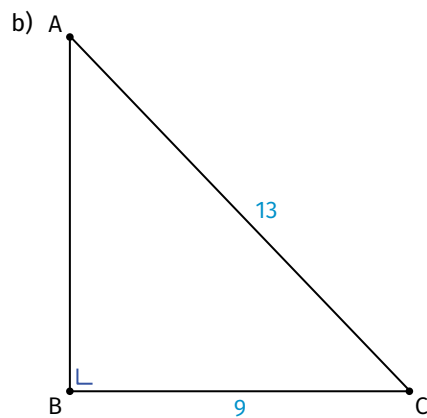
$$v = 0$$

12

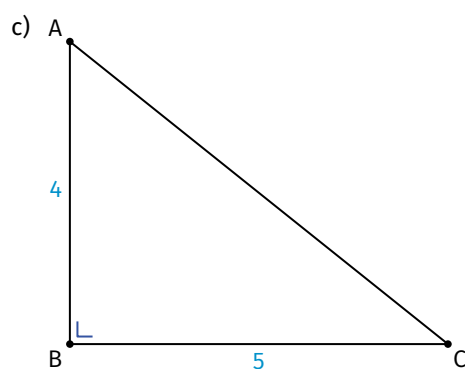
Noteer telkens welk goniometrisch getal van $\hat{A}$ berekend kan worden a.d.h.v. de gegeven tekening.



$$\cos \hat{A} = \frac{3}{7}$$



$$\sin \hat{A} = \frac{9}{13}$$



$$\tan \hat{A} = \frac{5}{4}$$

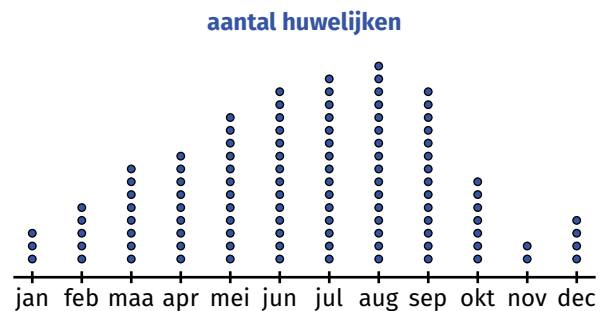
Oefeningenreeks 1 peper

1

Het aantal huwelijken per maand in Lier werd bijgehouden in een dotplot.

a) Maak een frequentietabel van deze gegevens.

x_i	f_i	$rf_i(\%)$	cf_i	$cf_i(\%)$
januari	3	2,75	3	2,75
februari	5	4,59	8	7,34
maart	8	7,34	16	14,68
april	9	8,26	25	22,94
mei	12	11,01	37	33,94
juni	14	12,84	51	46,79
juli	15	13,76	66	60,55
augustus	16	14,68	82	75,23
september	14	12,84	96	88,07
oktober	7	6,42	103	94,50
november	2	1,83	105	96,33
december	4	3,67	109	100



b) In welke maand waren de meeste huwelijken? augustus

c) Bedenk een mogelijke verklaring voor het lage aantal huwelijken in november.

Persoonlijk antwoord.

d) Hoeveel procent van de huwelijken vond plaats in september?

12,84 % van de huwelijken vond plaats in september.

2

Los de volgende vergelijkingen op in $\mathbb{R}$ (m.a.w. zoek alle reële getallen x zodat de vergelijking klopt).

a) $x^2 = 25$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = 5 \text{ of } x = -5$$

c) $x^3 = 8$

$$x = \sqrt[3]{8}$$

$$x = 2$$

e) $x^3 = 64$

$$x = \sqrt[3]{64}$$

$$x = 4$$

b) $x^2 = -9$

$$x \notin \mathbb{R}$$

d) $x^3 = 0$

$$x = \sqrt[3]{0}$$

$$x = 0$$

f) $x^3 = -27$

$$x = \sqrt[3]{-27}$$

$$x = -3$$

3

Bereken de vierkantswortel van de volgende getallen met behulp van je rekentoestel.

a) $8,5625 = 2,926174978$

b) $\frac{56}{9} = 2,494438258$

c) $7,924 \cdot 10^{12} = 2,814960035 \cdot 10^6$

4

Duid de complementaire hoeken aan in eenzelfde kleur.

30°	89°	53°	47°
50°	150°	40°	43°
100°	1°	60°	37°

5

Bereken de derdemachtswortel van de volgende getallen met behulp van je rekentoestel.

a) $-19,4 = -2,686997382$

b) $\frac{25}{4} = 1,842015749$

c) $1,094 \cdot 10^{-3} = 0,103039982$

6

a) Vul de waardentabel in die hoort bij de functie f met voorschrift $f(x) = 4x$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-12	-8	-4	0	4	8	12

- Gaat de grafiek van f door de oorsprong?

ja

- Is de grafiek van f een stijgende of dalende rechte?

een stijgende rechte

b) Vul de waardentabel in die hoort bij de functie g met voorschrift $g(x) = -10x$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$	30	20	10	0	-10	-20	-30

- Gaat de grafiek van g door de oorsprong?

ja

- Is de grafiek van g een stijgende of dalende rechte?

een dalende rechte

7

De Geirangerfjord in Noorwegen is 100 meter breed en de hellingshoek is $86^\circ 59' 14''$. Hoe hoog is de fjord?

$$\begin{aligned}\tan 86^\circ 59' 14'' &= \frac{h}{100} \\ h &= 100 \cdot \tan 86^\circ 59' 14'' \\ h &\approx 1900,00615\end{aligned}$$

Antwoord: De Geirangerfjord is ongeveer 1900 m hoog.

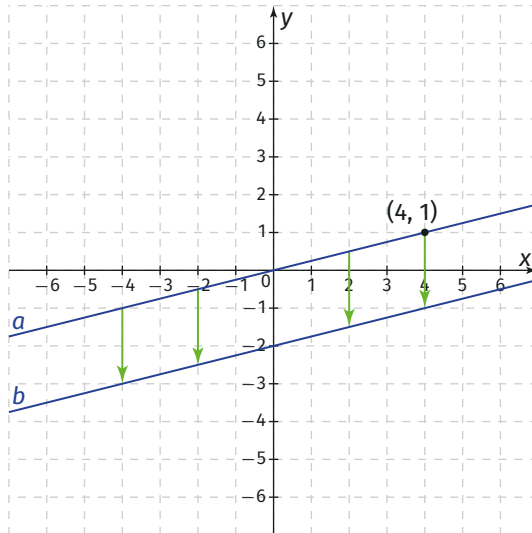
8

Bepaal de vergelijking van de getekende rechten ($a \parallel b$ en $c \parallel d$).

Ga als volgt te werk:

- Één van de rechten bevat de oorsprong en heeft dus een vergelijking van de vorm $y = ax$.
Bepaal de waarde van a met behulp van het aangeduide punt.
- De tweede rechte heeft een vergelijking van de vorm $y = ax + b$.
Evenwijdige rechten hebben dezelfde richtingscoëfficiënt a .
De tweede rechte is verticaal verschoven t.o.v. de eerste rechte: voor een gegeven x -waarde werd bij de y -waarde een constant getal opgeteld/afgetrokken.

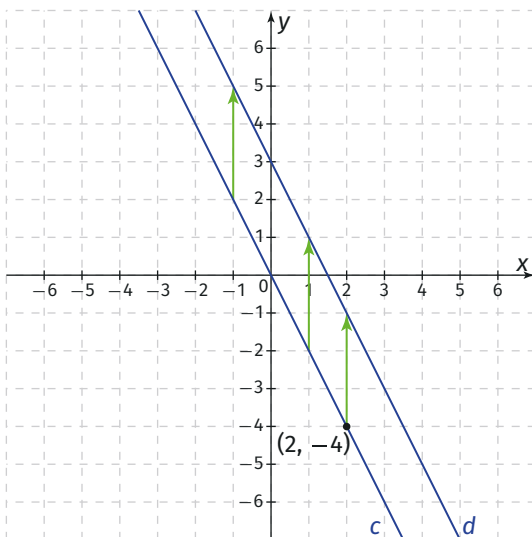
a)



$$a \leftrightarrow y = \frac{1}{4}x$$

$$b \leftrightarrow y = \frac{1}{4}x - 2$$

b)



$$c \leftrightarrow y = -2x$$

$$d \leftrightarrow y = -2x + 3$$



9

Welke waardentabel hoort er bij de functie h met voorschrift $h(x) = 6 - 2x$? Omcirkel.

a)

x	0	1	2	3
y	-2	4	10	16

b)

x	0	1	2	3
y	6	-2	-10	-18

c)

x	0	1	2	3
y	6	4	2	0

d)

x	0	1	2	3
y	6	4	2	3

10

Gegeven: de rechte a met vergelijking $y = 5x - 10$.

a) Bepaal de coördinaat van het punt op de rechte a waarvan het eerste coördinaatgetal gelijk is aan -3 .

$$\begin{aligned} y &= 5x - 10 \\ y &= 5 \cdot (-3) - 10 \\ y &= -15 - 10 \\ y &= -25 \\ (-3, -25) \end{aligned}$$

b) Bepaal de coördinaat van het punt op de rechte a waarvan het tweede coördinaatgetal gelijk is aan 20.

$$\begin{aligned} y &= 5x - 10 \\ 20 &= 5x - 10 \\ 30 &= 5x \\ 6 &= x \\ (6, 20) \end{aligned}$$

11

Bepaal de nulwaarden van de functie f waarvan de waardentabel gegeven is.

x	-4	12	0	2	6	3	-8
y	0	5	-1	10	0	9	2

$$(-4, 0) \text{ en } (6, 0)$$

12

Stel de vergelijking van de rechte a op met richtingscoëfficiënt 2 die de y -as snijdt in het punt $(0, -4)$.

$$a \leftrightarrow y = 2x - 4$$

13

Herschrijf de volgende vergelijking in de vorm $y = ax + b$.

$$3x - 2y + 8 = 0$$

$$3x - 2y + 8 = 0$$

$$-2y = -3x - 8$$

$$y = \frac{-3x - 8}{-2}$$

$$y = \frac{3}{2}x + 4$$

14

Bepaal de vergelijking van de rechte door de punten $A(-1, 3)$ en $B(4, -2)$.

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 3 = \frac{-2 - 3}{4 + 1} (x + 1)$$

$$y - 3 = \frac{-5}{5} (x + 1)$$

$$y - 3 = -1(x + 1)$$

$$y - 3 = -x - 1$$

$$y = -x - 1 + 3$$

$$y = -x + 2$$

15

Bepaal de vergelijking van de rechte b die door de oorsprong gaat en evenwijdig is met de rechte $a \leftrightarrow y = 5 - 2x$.

Gegeven: $a \leftrightarrow y = 5 - 2x$

$b \parallel a$

$O(0,0) \in b$

Gevraagd: de vergelijking van b

Oplossing: • $b \parallel a$ dus de richtingscoëfficiënt van b is -2 .

• $O(0,0) \in b$ dus

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

$$y - 0 = -2(x - 0)$$

$$y = -2x$$

Antwoord: De vergelijking van b is $y = -2x$.

16

Omcirkel alle punten die op de rechte a liggen met vergelijking $2x + y - 5 = 0$.

$(-3, -11)$ $(-2, 1)$ $(-1, 3)$

$(5, 0)$ $(2, 1)$ $(0, 5)$

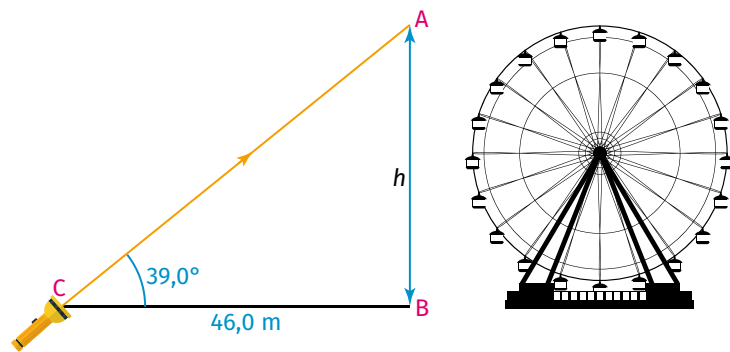
Geef nog een ander punt dat op de rechte a ligt.

Er zijn oneindig veel mogelijkheden, bv.:

$(-3, 11), (-2, 9), (-1, 7), (1, 3), (3, -1)$

17

Ella meet de hoogte van het reuzenrad door te wandelen tot op een afstand van 46 meter van het rad en een zaklamp naar de top van het rad te richten. Hierbij maakt de lichtstraal van de zaklamp een hoek van 39° met de horizontale richting. Bepaal de hoogte van het reuzenrad op 0,01 m nauwkeurig.



$$\tan \hat{C} = \frac{|AB|}{|BC|}$$

$$\tan 39,0^\circ = \frac{h}{46,0}$$

$$\tan 39,0^\circ \cdot 46,0 = h$$

$$37,25 \approx h$$

Antwoord: Het reuzenrad is ongeveer 37,25 m hoog.

18

Los de ongelijkheden algebraïsch op in $\mathbb{R}$.

a) $x + 3 < 5$

$$x < 5 - 3$$

$$x < 2$$

$$V =]-\infty, 2[$$

d) $x - 4 > -10$

$$x > -10 + 4$$

$$x > -6$$

$$V =]-6, +\infty[$$

g) $5 + 2x \leq 0$

$$2x \leq -5$$

$$x \leq \frac{-5}{2}$$

$$V = \left] -\infty, \frac{-5}{2} \right]$$

b) $4 - x > 7$

$$-x > 7 - 4$$

$$-x > 3$$

$$x < -3$$

$$V =]-\infty, -3[$$

e) $2x + 3 \geq 5$

$$2x \geq 5 - 3$$

$$2x \geq 2$$

$$x \geq 1$$

$$V = [1, +\infty[$$

h) $5 - 3x < 14$

$$-3x < 14 - 5$$

$$-3x < 9$$

$$x > \frac{9}{-3}$$

$$x > -3$$

$$V =]-3, +\infty[$$

c) $-9 > 6 - 3x$

$$-9 - 6 > -3x$$

$$-15 > -3x$$

$$\frac{-15}{-3} < x$$

$$5 < x$$

$$V =]5, +\infty[$$

f) $2x - 10 \leq 4$

$$2x \leq 4 + 10$$

$$2x \leq 14$$

$$x \leq \frac{14}{2}$$

$$x \leq 7$$

$$V =]-\infty, 7]$$

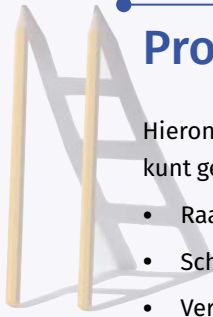
i) $-x + 2 < -3$

$$-x < -3 - 2$$

$$-x < -5$$

$$x > 5$$

$$V =]5, +\infty[$$



Problemen oplossen met heuristieken

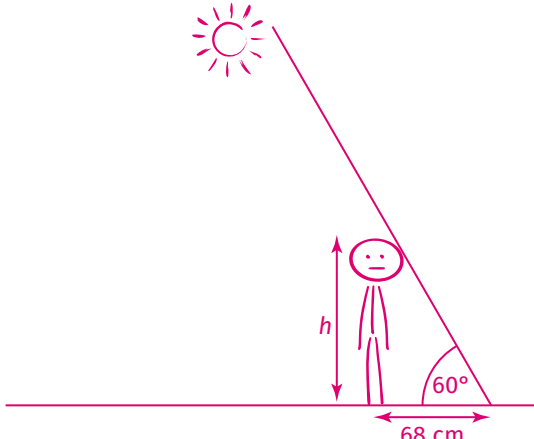
Hieronder vind je twee problemen. Je moet zelf een oplossingsstrategie kiezen en nagaan welke wiskundekennis je kunt gebruiken om het probleem op te lossen.

- Raadpleeg je vademecum om een gepaste heuristiek te kiezen en denk soms out of the box.
- Schrijf jouw oplossing netjes uit zodat je die kunt presenteren voor andere leerlingen.
- Vergelijk jouw oplossing met die van een andere leerling.
- Werk samen en kom tot nieuwe inzichten bij het oplossen van problemen.

Probleem 1

De schaduw van Simen is 68 cm lang. Hoe groot is Simen als je weet dat de zon een hellingshoek van 60° maakt met de horizontale? Rond af op 1 cm nauwkeurig.

Gekozen heuristiek: Een schets maken van de situatie, een eigenschap gebruiken.


$$\begin{aligned}\tan 60^\circ &= \frac{h}{68} \\ h &= 68 \tan 60^\circ \\ h &\approx 117,77945\end{aligned}$$

Antwoord: Simen is ongeveer 118 cm groot.

Probleem 2

Toon aan zonder uit te rekenen dat $\frac{8^8}{2^8 \cdot 4^6} = 16$.

Gekozen heuristiek: Rekenregels gebruiken.

$$\frac{8^8}{2^8 \cdot 4^6} = \frac{(2^3)^8}{2^8 \cdot (2^2)^6} = \frac{2^{24}}{2^8 \cdot 2^{12}} = \frac{2^{24}}{2^{20}} = 2^4 = 16$$

Oefeningenreeks 2 pepers

19

Los de volgende vergelijkingen op in $\mathbb{R}$ (m.a.w. zoek alle reële getallen x zodat de vergelijking klopt).

a) $x^2 - 36 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 &= 36 \\ x &= \sqrt{36} \\ x &= 6 \text{ of } x = -6 \end{aligned}$$

c) $3x^2 = 48$

$$\begin{aligned} x^2 &= 48 : 3 \\ x^2 &= 16 \\ x &= \sqrt{16} \\ x &= 4 \text{ of } x = -4 \end{aligned}$$

e) $5x^3 + 40 = 0$

$$\begin{aligned} 5x^3 &= -40 \\ x^3 &= -40 : 5 \\ x^3 &= -8 \\ x &= \sqrt[3]{-8} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

b) $x^3 = -1000$

$$\begin{aligned} x &= \sqrt[3]{-1000} \\ x &= -10 \end{aligned}$$

d) $x^2 = \frac{25}{9}$

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{25}{9}} \\ x &= \frac{5}{3} \text{ of } x = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

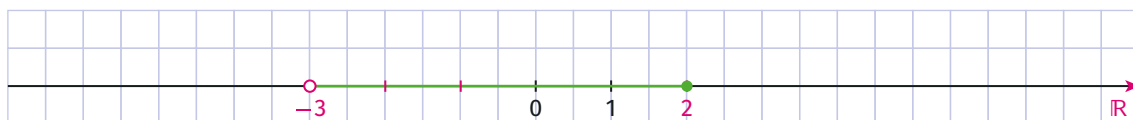
f) $x^2 = \frac{1}{16}$

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{1}{16}} \\ x &= \frac{1}{4} \text{ of } x = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$



20

a) Stel de reële getallen $-3 < x \leq 2$ grafisch voor op een getallenas.



b) Noteer als een interval.

$$]-3, 2]$$



21

Vul de waardentabel in die hoort bij de functie f met voorschrift $f(x) = 4x - 10$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-22	-18	-14	-10	-6	-2	2

• Gaat de grafiek van f door de oorsprong?

neen

• Is de grafiek van f een stijgende of dalende rechte?

stijgend



22

Bepaal de nulwaarde van de functie f uit de vorige oefening.
Stel vervolgens de tekentabel op.

$$f(x) = 4x - 10$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ 4x - 10 &= 0 \\ 4x &= 10 \\ x &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

x		$\frac{5}{2}$	
$f(x)$	-	0	+



23

Zet om naar de algemene vorm van een vergelijking van een rechte.

a) $y = 3x - 4$

$$-3x + y + 4 = 0$$

b) $3y = -x$

$$x + 3y = 0$$

c) $y = \frac{-5x - 4}{2}$

$$\begin{aligned} 2y &= -5x - 4 \\ 5x + 2y + 4 &= 0 \end{aligned}$$



24

Bepaal het voorschrift van de eerstegraadsfunctie f waarvan de waardentabel gegeven is.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-9	-6	-3	0	3	6	9

$$f(x) = 3x$$

$$b = 0$$

rechte door de oorsprong



25

Bereken met een rekenmachine.

a) $\sin 32^\circ \approx 0,52992$

b) $\cos 75^\circ 35' 21'' \approx 0,24887$

c) $\sin 46^\circ 22' 34'' \approx 0,72388$

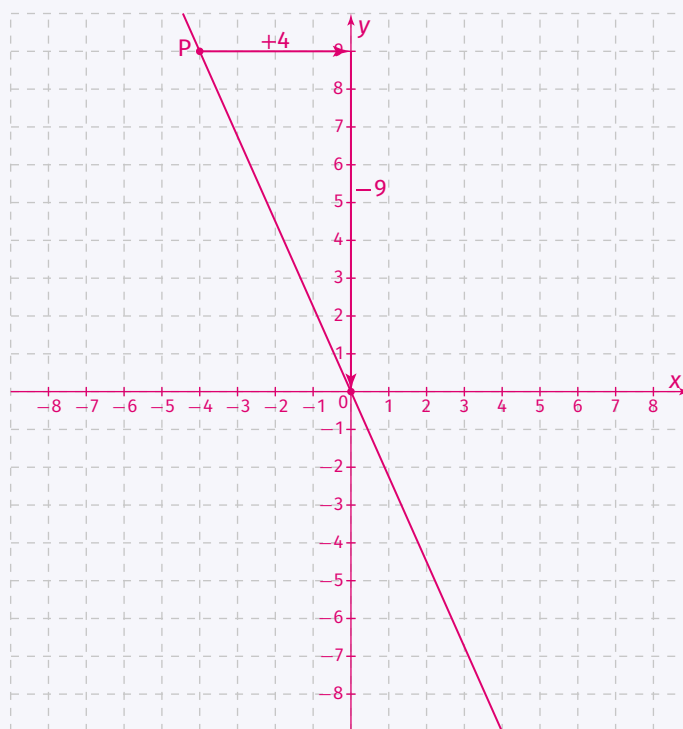
d) $\tan 58^\circ 87' \approx 1,69428$



26

Construeer op een assenstelsel de rechte a die door de oorsprong en het punt $P(-4, 9)$ gaat en bepaal de vergelijking van deze rechte.

$$y = -\frac{9}{4}x$$



27

Bepaal de waarde van de parameters a en b voor elk van de volgende rechten.

$$r \leftrightarrow 2x - 4y = 6$$

$$s \leftrightarrow 2x + 4y = 0$$

$$t \leftrightarrow y = -3$$

$$2x - 4y = 6$$

$$-4y = -2x + 6$$

$$y = \frac{-2x + 6}{-4}$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$a = \frac{1}{2} \text{ en } b = -\frac{3}{2}$$

$$2x + 4y = 0$$

$$4y = -2x$$

$$y = \frac{-2}{4}x$$

$$y = -\frac{1}{2}x$$

$$a = -\frac{1}{2} \text{ en } b = 0$$

$$y = -3$$

$$a = 0 \text{ en } b = -3$$



28

Construeer de volgende rechten a en b in een cartesiaans assenstelsel.

$$a \leftrightarrow 5x - 4y = 12$$

$$b \leftrightarrow 2x - 8 = 0$$

TIP



Bepaal eerst de snijpunten van a met de assen.

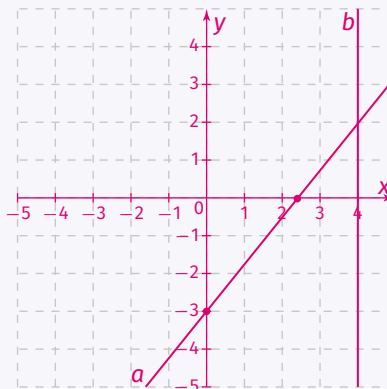
$$a \leftrightarrow 5x - 4y = 12$$

$$(0, -3)$$

$$\left(\frac{12}{5}, 0\right)$$

$$b \leftrightarrow 2x - 8 = 0$$

$$x = 4$$



29

Een rechte heeft een vergelijking van de vorm $y = ax + 4$.

Bepaal de waarde van a als je weet dat de rechte door het punt $P(1, -3)$ gaat.

$$y = ax + 4$$

$$-3 = a \cdot 1 + 4$$

$$-3 = a + 4$$

$$-3 - 4 = a$$

$$-7 = a$$

30

Geef de vergelijking van de rechte die door de oorsprong gaat en door het punt $A(-3, 5)$.

$$y = -\frac{5}{3}x \text{ of } \frac{5}{3}x + y = 0$$

31

Geef de vergelijking van de rechte met de gegeven richtingscoëfficiënt en het gegeven punt.

Noteer ze in de vorm $ux + vy + w = 0$.

a) $a = 3$ en $R(-2, 3)$

b) $a = -2$ en $S(4, -1)$

$$\begin{aligned}
 y &= ax + b & \text{of } y - y_1 &= a(x - x_1) \\
 y &= 3x + b & y - 3 &= 3(x + 2) \\
 \text{Voor het punt R geldt:} & & y - 3 &= 3x + 6 \\
 3 &= 3 \cdot (-2) + b & y &= 3x + 6 + 3 \\
 3 &= -6 + b & y &= 3x + 9 \\
 b &= 3 + 6 \\
 b &= 9 \\
 \rightarrow y &= 3x + 9 \text{ of } y - 3x - 9 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y &= ax + b & \text{of } y - y_1 &= a(x - x_1) \\
 y &= -2x + b & y + 1 &= -2(x - 4) \\
 \text{Voor het punt S geldt:} & & y + 1 &= -2x + 8 \\
 -1 &= -2 \cdot 4 + b & y &= -2x + 8 - 1 \\
 -1 &= -8 + b & y &= -2x + 7 \\
 b &= -1 + 8 \\
 b &= 7 \\
 \rightarrow y &= -2x + 7 \text{ of } y + 2x - 7 = 0
 \end{aligned}$$



32

Geef de coördinaat van drie punten die tot de rechte $a \leftrightarrow y = -\frac{5}{2}x$ behoren.

Bv. $(0, 0)$, $(1, -\frac{5}{2})$ en $(-2, 5)$



33

Bepaal de coördinaat van het snijpunt van de volgende rechten met de y-as zonder berekeningen te maken.

$a \leftrightarrow y = 4x + 2$	$c \leftrightarrow y = \frac{5}{2}x + \frac{9}{4}$	$e \leftrightarrow x = 2$
$b \leftrightarrow y = -3x + 6$	$d \leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x$	$f \leftrightarrow y = -6$

$a: (0, 2)$

$c: (0, \frac{9}{4})$

$e: e \cap y = \{\}$

$e \parallel y\text{-as}$

$b: (0, 6)$

$d: (0, 0)$

$f: (0, -6)$



34

Ga voor elke rechte uit de vorige oefening na of de rechte stijgend, dalend, horizontaal of verticaal is. Maak hierbij geen tekening of berekening.

 a : stijgend b : dalend c : stijgend d : dalend e : verticaal f : horizontaal

35

Bepaal voor elke rechte uit oefening 33 de coördinaat van het snijpunt met de x-as (indien mogelijk).

$$a: 4x + 2 = 0$$

$$x = -\frac{2}{4}$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$b: -3x + 6 = 0$$

$$x = 2 \quad (2, 0)$$

$$c: \frac{5}{2}x + \frac{9}{4} = 0$$

$$x = -\frac{9}{4} \cdot \frac{2}{5}$$

$$x = -\frac{9}{10} \quad \left(-\frac{9}{10}, 0\right)$$

$$d: -\frac{2}{3}x = 0$$

$$x = 0 \quad (0, 0)$$

$$e: x = 2 \quad (2, 0)$$

$f: f \parallel x\text{-as}$
geen snijpunt

36

Bepaal het reële getal k zodat de rechten a en b allebei de y -as in hetzelfde punt snijden.

$$a \leftrightarrow y = -5x + 3$$

$$k = 3$$

$$b \leftrightarrow y = x + k$$

37

Zoek de vergelijking van de rechte die door de volgende punten gaat.

a) $K(-6, 2)$ en $L(3, -3)$ b) $R(-1, 5)$ en $S(2, 3)$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{-3 - 2}{3 - (-6)}(x - (-6))$$

$$y - 2 = \frac{-5}{9}(x + 6)$$

$$9y - 18 = -5x - 30$$

$$9y + 5x - 18 + 30 = 0$$

$$5x + 9y + 12 = 0$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$y - 5 = \frac{3 - 5}{2 - (-1)}(x - (-1))$$

$$y - 5 = \frac{-2}{3}(x + 1)$$

$$3y - 15 = -2x - 2$$

$$3y + 2x - 15 + 2 = 0$$

$$2x + 3y - 13 = 0$$

38



Van 100 personen werd een spermastaal afgenomen. In de onderstaande tabel staat telkens het aantal zaadcellen per staal. Beantwoord de bijhorende vragen.

184 231	145 621	166 587	124 817	164 820	100 923	129 472	111 047	184 664	100 486
123 987	173 896	178 657	120 472	153 291	102 482	124 929	104 739	176 788	104 735
199 756	123 098	156 412	145 683	111 283	184 593	135 723	176 523	166 578	100 407
102 534	198 385	147 563	109 743	189 234	165 402	185 630	166 759	176 565	115 646
109 456	187 523	173 466	196 470	109 238	137 405	197 563	176 493	164 950	129 472
103 732	137 601	187 649	164 759	106 824	102 481	174 620	149 769	100 484	105 470
100 023	187 902	176 402	104 629	135 271	200 058	154 629	189 473	109 857	197 579
114 908	134 876	193 759	195 739	176 492	128 472	145 271	144 403	99 347	198 759
156 854	129 876	172 394	183 634	127 402	180 274	165 455	154 720	179 482	176 583
168 932	145 332	123 408	188 746	163 490	126 493	164 823	175 849	184 621	178 592

- Maak een frequentietabel met behulp van ICT. zie POLPO
- Bepaal het gemiddeld aantal zaadcellen in een spermastaal. 150 843,75
- Bepaal de modus. 129 472
- Bepaal de variatiebreedte. 100 711
- Wat betekent de variatiebreedte in deze situatie?

Het verschil tussen het grootste en kleinste aantal zaadcellen is 100 711.



39

Beschouw de eerstegraadsfunctie f met voorschrift $f(x) = 4x - 8$.

- Bepaal de nulwaarde(n) van f .
- Stel de tekentabel van f op.

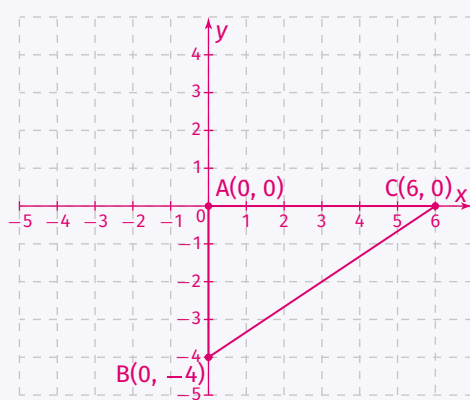
$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad f(x) &= 0 \\
 4x - 8 &= 0 \\
 4x &= 8 \\
 x &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|ccc}
 \text{b)} & x & & 2 \\
 \hline
 f(x) & & - & 0 & +
 \end{array}$$


Plaats de hoekpunten van $\triangle ABC$ in een assenstelsel.

$A(0, 0)$, $B(0, -4)$ en $C(6, 0)$

- Bereken de lengte van de drie zijden.
- Bereken de grootte van de drie hoeken.
- Bepaal de vergelijking van de dragers van de drie zijden.
- Bereken de oppervlakte van $\triangle ABC$.



$$\begin{aligned} \text{a) } |AB| &= \sqrt{(0-0)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{16} = 4 \\ |BC| &= \sqrt{(6-0)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} \\ |AC| &= \sqrt{(6-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{36} = 6 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \hat{A} = 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \hat{B}? \quad \tan \hat{B} &= \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ \hat{B} &= \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) \approx 56,30993^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{C}? \quad \tan \hat{C} &= \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ \hat{C} &= \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \approx 33,69007^\circ \end{aligned}$$

$$\text{c) } AB \leftrightarrow x = 0$$

$$AC \leftrightarrow y = 0$$

$$\begin{aligned} \text{BC? } y - y_1 &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \\ y + 4 &= \frac{0 + 4}{6 - 0} (x - 0) \\ y + 4 &= \frac{4}{6}x \\ y &= \frac{2}{3}x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } A_{\triangle ABC} &= \frac{b \cdot h}{2} \\ &= \frac{6 \cdot 4}{2} \\ &= 12 \end{aligned}$$



41

Geef de coördinaat van drie punten die tot de rechte $a \leftrightarrow y = -\frac{8}{3}x$ behoren.

Bv. $(0, 0)$, $(1, -\frac{8}{3})$ en $(3, -8)$



42

De toekomstige ouders van Fleur maken doopsuikerzakjes. Ze houden de massa (in gram) van de zakjes bij in de volgende frequentietabel.

x_i	f_i	rf_i (%)
28	16	12,8 %
30	25	20 %
31	54	43,2 %
32	27	21,6 %
34	3	2,4 %

- Vul de frequentietabel aan.
- Hoeveel zakjes maken de ouders in totaal?

$16 + 25 + 54 + 27 + 3 = 125$
De ouders maken 125 zakjes in totaal.

- Hoeveel procent van de zakjes heeft een massa van 32 gram?

21,6 % van de zakjes heeft een massa van 32 gram.



43

Vul de coördinaat aan zodat de punten op de gegeven rechte liggen.

- $3x - y + 2 = 0$ $\left(-\frac{1}{3}, 1 \right)$ $\left(-1, -1 \right)$ $\left(0, 2 \right)$
- $-x - 4y + 1 = 0$ $\left(-7, 2 \right)$ $\left(5, -1 \right)$ $\left(-3, 1 \right)$



44

Gegeven is de rechte a met vergelijking $a \leftrightarrow y = -\frac{5}{3}x + \frac{2}{3}$.

a) Ligt het punt $P(-2, 4)$ op de rechte a ? Toon aan met een berekening.

$$\begin{aligned} y &= -\frac{5}{3}x + \frac{2}{3} \\ 4 &\stackrel{?}{=} -\frac{5}{3} \cdot (-2) + \frac{2}{3} \\ 4 &\stackrel{?}{=} \frac{10}{3} + \frac{2}{3} \\ 4 &= \frac{12}{3} \end{aligned}$$

b) Is de rechte a een stijgende of dalende rechte? Waarom?

$$\begin{aligned} \text{richtingscoëfficiënt} &= -\frac{5}{3} \\ \text{dus dalend} \end{aligned}$$



45

Gegeven is dat de rechte b de twee punten P en Q bevat, met als coördinaten $\text{co}(P) = (2, -2)$ en $\text{co}(Q) = (5, 10)$.

a) Bepaal de richtingscoëfficiënt van de rechte b .

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10 - (-2)}{5 - 2} = \frac{12}{3} = 4$$

b) Geef de vergelijking van de rechte b .

$$\begin{aligned} y &= 4x + b \\ -2 &= 4 \cdot 2 + b \\ -2 &= 8 + b \\ -10 &= b \end{aligned} \qquad y = 4x - 10$$



46

Teken de rechten a , b en c waarvan de vergelijkingen gegeven zijn in een assenstelsel.

$$a \leftrightarrow 2y = -10$$

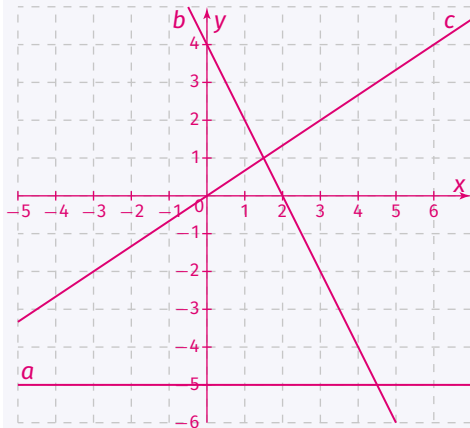
$$b \leftrightarrow y = -2x + 4$$

$$c \leftrightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$$2y = -10 \text{ of } y = -5 \text{ (rechte } \parallel \text{ x-as)}$$

$$y = -2x + 4 \quad (0, 4) \text{ en } (2, 0)$$

$$y = \frac{2}{3}x \quad (0, 0) \text{ en } (3, 2)$$



47

Los de ongelijkheden algebraïsch op in $\mathbb{R}$.

a) $-1 + 4x < -2 + x$

$$4x - x < -2 + 1$$

$$3x < -1$$

$$x < \frac{-1}{3}$$

$$V =]-\infty, \frac{-1}{3}[$$

c) $2 \cdot (x - 4) > 5x + 14$

$$2x - 8 > 5x + 14$$

$$2x - 5x > 14 + 8$$

$$-3x > 22$$

$$x < \frac{-22}{3} \quad V =]-\infty, \frac{-22}{3}[$$

b) $x - 2 \cdot (x + 3) > 18$

$$x - 2x - 6 > 18$$

$$x - 2x > 18 + 6$$

$$-x > 24$$

$$x < -24$$

$$V =]-\infty, -24[$$

d) $-0,5 \cdot (2x + 4) \geq 0,25 \cdot (8x + 12)$

$$-x - 2 \geq 2x + 3$$

$$-x - 2x \geq 3 + 2$$

$$-3x \geq 5$$

$$x \leq \frac{-5}{3} \quad V =]-\infty, \frac{-5}{3}]$$



48

Los het volgende stelsel op met een methode naar keuze.

$$\begin{cases} -x + 2y = -4 \\ 2x + 4y = -6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 2y = -4 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 4 \\ x = -3 - 2y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y + 4 = -3 - 2y \\ x = -3 - 2y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4y = -7 \\ x = -3 - 2y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{7}{4} \\ x = -3 - 2 \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{7}{4} \\ x = -3 + \frac{14}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{7}{4} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{4} \right) \right\}$$

SS

49

Los het volgende stelsel op met de combinatiemethode.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x + 6y = -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 5 & \cdot (-2) \\ 4x + 6y = -7 & \cdot 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 6y = -10 \\ 4x + 6y = -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12y = -17 \\ 4x + 6y = -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{17}{12} \\ 4x - \frac{102}{12} = -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{17}{12} \\ 4x = -\frac{84}{12} + \frac{102}{12} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{17}{12} \\ 4x = \frac{18}{12} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{17}{12} \\ x = \frac{18}{48} = \frac{3}{8} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{3}{8}, -\frac{17}{12} \right) \right\}$$

SS

Oefeningenreeks 3 pepers

50

Los de volgende vergelijkingen op in $\mathbb{R}$ (m.a.w. zoek alle reële getallen x zodat de vergelijking klopt).

a) $x^2 + 36 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 &= -36 \\ x &= \sqrt{-36} \\ x &\notin \mathbb{R} \end{aligned}$$

c) $3x^2 = 75$

$$\begin{aligned} x^2 &= 25 \\ x &= \sqrt{25} \\ x &= 5 \text{ of } x = -5 \end{aligned}$$

e) $x^3 + 1 = 0$

$$\begin{aligned} x^3 &= -1 \\ x &= \sqrt[3]{-1} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

b) $16x^2 - 9 = 0$

$$\begin{aligned} 16x^2 &= 9 \\ x^2 &= \frac{9}{16} \\ x &= \sqrt{\frac{9}{16}} \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} x &= \frac{3}{4} \text{ of} \\ x &= -\frac{3}{4} \end{aligned} \right.$$

d) $5x^3 = 0$

$$\begin{aligned} x^3 &= 0 \\ x &= \sqrt[3]{0} \\ x &= 0 \end{aligned}$$

f) $x^3 = -\frac{27}{8}$

$$\begin{aligned} x &= \sqrt[3]{-\frac{27}{8}} \\ x &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$



51

Schrijf voluit.

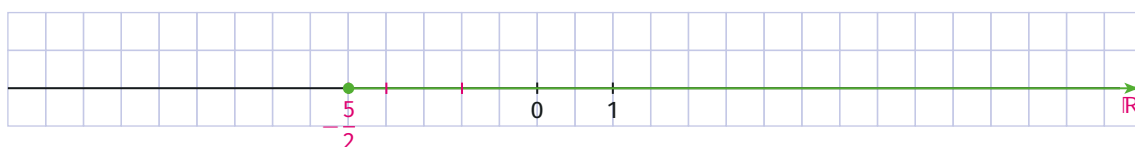
a) $-2,74 \cdot 10^6 =$ -2740 000

b) $2,74 \cdot 10^{-6} =$ 0,000 002 74



52

a) Stel de reële getallen $x \geq -\frac{5}{2}$ grafisch voor op een getallenas.



b) Noteer als een interval.

$$\left[-\frac{5}{2}, +\infty\right[$$



53

Vul het juiste symbool in: $<$, $\leq$, $>$, $\geq$ of $=$.

a) $a \geq b \implies a - b$ $\geq$ 0

b) $a < b \implies -a$ $>$ $-b$

c) $a < b \implies a - 5$ $<$ $b - 5$

d) $a > b \implies 10a$ $>$ $10b$

e) $a < b \implies \frac{-7a}{3}$ $>$ $\frac{-7b}{3}$



54

Vul de waardentabel in die hoort bij de functie f met voorschrift $f(x) = \frac{10 - 3x}{5}$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{19}{5}$	$\frac{16}{5}$	$\frac{13}{5}$	2	$\frac{7}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$



55

Bepaal de richtingscoëfficiënt van de rechte die de grafiek is van de functie f met voorschrift $f(x) = \frac{10 - 3x}{5}$. Is het verloop van deze functie constant, dalend of stijgend?

$$f(x) = \frac{-3x + 10}{5} = -\frac{3}{5}x + 2$$

$$\rightarrow \text{richtingscoëfficiënt} = -\frac{3}{5}$$

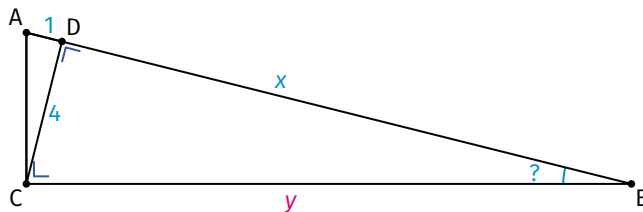
$\rightarrow$ dalend



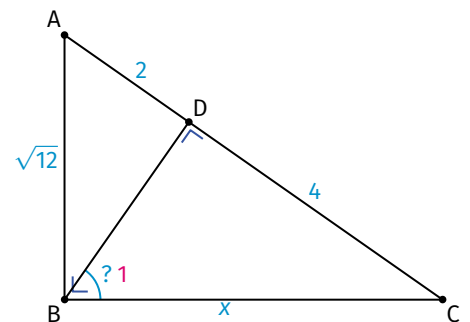
56

Bereken x in de volgende figuren en bepaal de grootte van de aangeduide hoek.

a)



b)



• In $\triangle ACD$:

$$|AC|^2 = 4^2 + 1^2$$

$$|AC| = \sqrt{16 + 1}$$

$$|AC| = \sqrt{17}$$

• In $\triangle ABC$:

$$(\sqrt{17})^2 + y^2 = (1 + x)^2$$

$$y^2 = (1 + x)^2 - 17$$

• In $\triangle BCD$:

$$x^2 + 4^2 = y^2$$

$$(1 + x)^2 - 17 = x^2 + 16$$

$$1 + 2x + \cancel{x^2} - 17 = \cancel{x^2} + 16$$

$$2x = 16 + 16$$

$$2x = 32$$

$$x = 16$$

$$\bullet \tan \widehat{B} = \frac{4}{16}$$

$$\widehat{B} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$\widehat{B} \approx 14,04^\circ$$

• In $\triangle ABC$:

$$x^2 + (\sqrt{12})^2 = 6^2$$

$$x^2 = 36 - 12$$

$$x = \sqrt{24}$$

$$x = 2\sqrt{6}$$

$$\bullet \sin \widehat{B}_1 = \frac{4}{2\sqrt{6}}$$

$$\widehat{B}_1 = \sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)$$

$$\widehat{B}_1 \approx 54,74^\circ$$



57

Bepaal de nulwaarde van de functie f uit oefening 55.
Stel vervolgens de tekentabel op.

$f(x) = 0$	$x = -2 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$	x	$\frac{10}{3}$	
$-\frac{3}{5}x + 2 = 0$	$x = \frac{10}{3}$	$f(x)$	+	0
$-\frac{3}{5}x = -2$				-

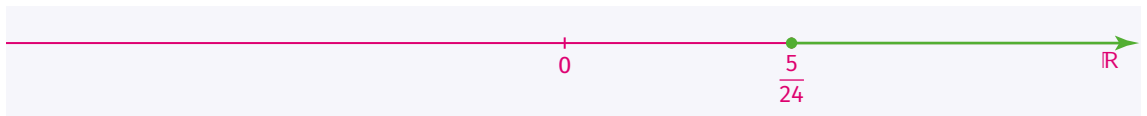


58

- a) Los de volgende ongelijkheid op in $\mathbb{R}$.
 $4y + 5(2y + 6) - 8 \geq 3(5 - y) + 12 - 7y$

$$\begin{aligned}
 4y + 10y + 30 - 8 &\geq 15 - 3y + 12 - 7y \\
 4y + 10y + 3y + 7y &\geq 15 + 12 - 30 + 8 \\
 24y &\geq 5 \\
 y &\geq \frac{5}{24}
 \end{aligned}$$

- b) Stel de oplossingenverzameling grafisch voor op een getallenas.



- c) Noteer de oplossingenverzameling als een interval.

$$\left[\frac{5}{24}, +\infty \right[$$



De grafiek van de eerstegraadsfunctie f is de rechte a met vergelijking $a \leftrightarrow 8x + 3y - 4 = 0$.

a) Bereken $f(2)$.

$$\begin{aligned} 8 \cdot 2 + 3y - 4 &= 0 \\ 16 + 3y - 4 &= 0 \\ 3y &= -12 \\ y &= -4 \end{aligned}$$

b) Bereken de nulwaarde van f .

$$\begin{aligned} 8x + 3 \cdot 0 - 4 &= 0 \\ 8x - 4 &= 0 \\ 8x &= 4 \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

c) Bereken de richtingscoëfficiënt van de rechte a .

$$\begin{aligned} 8x + 3y - 4 &= 0 \\ 3y &= -8x + 4 \\ y &= -\frac{8}{3}x + \frac{4}{3} \\ \text{richtingscoëfficiënt} &= -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

d) Stel de tekentabel van f op.

x	$\frac{1}{2}$		
$f(x)$	+	0	-

e) Geef de coördinaat van het snijpunt van de rechte a met de x -as.

$$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

f) Geef de coördinaat van het snijpunt van de rechte a met de y -as.

$$\left(0, \frac{4}{3}\right)$$

g) Is het verloop van de rechte a constant, dalend of stijgend?

dalend



60

Beschouw de functie f met voorschrift $f(x) = \frac{3-2x}{5}$.

Vul aan: $f\left(\begin{array}{c} -6 \end{array}\right) = 3$ en $f(4) = \begin{array}{c} -1 \end{array}$

$$\begin{aligned}\frac{3-2x}{5} &= 3 \\ 3-2x &= 15 \\ -2x &= 12 \\ x &= -6 \\ f(4) &= \frac{3-2 \cdot 4}{5} \\ &= -1\end{aligned}$$



61

Geef telkens het voorschrift van de eerstegraadsfunctie die hoort bij de volgende waardentabellen.

a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-20	-12	-4	4	12	20	28

$$y = 8x + 4$$

b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	15	10	5	0	-5	-10	-15

$$y = -5x$$

c)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	17	14	11	8	5	2	-1

$$y = -3x + 8$$

d)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	8	8	8	8	8	8	8

$$y = 8$$



62

Geef het voorschrift van de eerstegraadsfunctie f waarvan de waardentabel hieronder gegeven is.

x	-9	-6	-3	0	3	6	9
$f(x)$	-15	-10	-5	0	5	10	15

$$y = \frac{5}{3}x$$



63

Vul aan: De rechte $a \leftrightarrow y = 8 - 2x$ is evenwijdig met de rechte $b \leftrightarrow y = -2x$ en snijdt de y -as in het punt

$$P\left(0, 8\right).$$



64

Zoek de waarde(n) van de parameter p zodat de rechte met vergelijking $y = (p - 5)x + 2$ een stijgende rechte is.

$$\begin{aligned} p - 5 &> 0 \\ p &> 5 \end{aligned}$$



65

a) Voor welke waarde van de parameter p snijdt de rechte a de y -as in het punt $P(0, 4)$?

$$a \leftrightarrow y = (p + 4)x + (2 - 5p)$$

$$\begin{aligned} 2 - 5p &= 4 \\ -5p &= 2 \\ p &= -\frac{2}{5} \end{aligned}$$

b) Bepaal voor deze waarde van p of de rechte a stijgend, dalend of constant is.

$$-\frac{2}{5} + 4 = -\frac{2}{5} + \frac{20}{5} = \frac{18}{5}$$

↓
richtingscoëfficiënt

a is een stijgende rechte.



66

De punten P en Q liggen op de rechte $a \leftrightarrow 2x + 3y + 6 = 0$. Vul de coördinaten van deze punten aan.

$$P\left(\frac{-3}{2}, -1\right) \text{ en } Q(-9, 4)$$

$$2 \cdot \frac{-3}{2} + 3y + 6 = 0$$

$$-3 + 3y + 6 = 0$$

$$3y = -3$$

$$y = -1$$

$$2x + 3 \cdot 4 + 6 = 0$$

$$2x + 12 + 6 = 0$$

$$2x = -18$$

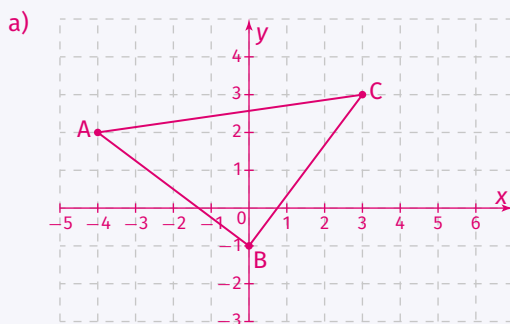
$$x = -9$$



67

$\triangle ABC$ heeft als hoekpunten $A(-4, 2)$, $B(0, -1)$ en $C(3, 3)$.

- Teken $\triangle ABC$ in een assenstelsel.
- Toon via berekeningen aan dat $\triangle ABC$ rechthoekig is.
- Bepaal de grootte van de hoeken en de zijden van deze driehoek.



$$b) |AB| = \sqrt{(0+4)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$|BC| = \sqrt{(3-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$|AC| = \sqrt{(3+4)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$$

$$5^2 + 5^2 \stackrel{?}{=} (\sqrt{50})^2$$

$$25 + 25 \stackrel{?}{=} 50$$

$$50 = 50 \rightarrow \triangle ABC \text{ is rechthoekig.}$$

$$c) |AB| = |BC| \rightarrow \triangle ABC \text{ is een gelijkbenige rechthoekige driehoek.}$$

$$\hat{B} = 90^\circ \text{ en } \hat{A} = \hat{C} = 45^\circ$$



68

Bereken $\cos \alpha$ en $\tan \alpha$ als $\sin \alpha = \frac{9}{13}$, zonder α te berekenen.

$$\bullet \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{9}{13}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{81}{169}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{88}{169}}$$

$$\cos \alpha = \frac{2\sqrt{22}}{13}$$

$$\bullet \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{9}{13}}{\frac{2\sqrt{22}}{13}}$$

$$\tan \alpha = \frac{9}{13} \cdot \frac{13}{2\sqrt{22}}$$

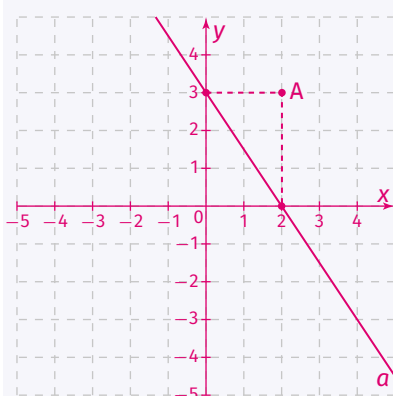
$$\tan \alpha = \frac{9 \cdot \sqrt{22}}{2\sqrt{22} \cdot \sqrt{22}}$$

$$\tan \alpha = \frac{9\sqrt{22}}{44}$$



69

Het segment van de rechte $a \leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x + 3$ dat door de assen wordt afgesneden is de schuine zijde van een rechthoekige driehoek. Bepaal het hoekpunt van de rechte hoek als je weet dat dit punt boven de rechte a ligt.



$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

$$(0, 3) \text{ en } (2, 0)$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$A(2, 3)$$



70

Geef de vergelijking van de rechte die voldoet aan de volgende voorwaarden.

a) De rechte p met richtingscoëfficiënt 4 die de y -as snijdt in het punt $P(0, 6)$.

$$p \leftrightarrow y = 4x + 6$$

b) De rechte q met richtingscoëfficiënt -2 die het punt $Q(5, 3)$ bevat.

$$q \leftrightarrow y = -2x + b$$

$$3 = -2 \cdot 5 + b$$

$$3 = -10 + b$$

$$13 = b$$

$$q \leftrightarrow y = -2x + 13$$



71

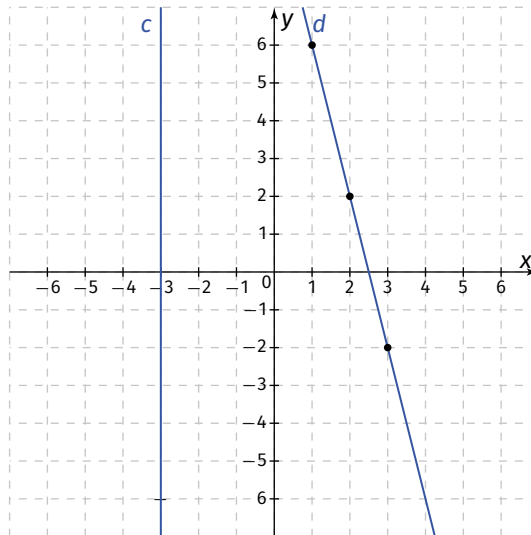
Geef de vergelijking van de rechte d als d evenwijdig is met de x -as en het punt $P(-3, 1)$ bevat.

$$y = 1$$



72

Geef de vergelijking van de rechten c en d die in dit assenstelsel getekend zijn.



$$c \leftrightarrow x = -3$$

De rechte d bevat de punten $(2, 2)$ en $(3, -2)$:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{-2 - 2}{3 - 2} (x - 2)$$

$$y - 2 = -4(x - 2)$$

$$y - 2 = -4x + 8$$

$$y = -4x + 10$$

$$d \leftrightarrow y = -4x + 10$$



Los de volgende ongelijkheden algebraïsch op.

a) $-2(x - 4) + 5 > 4(2 - 3x)$

$$-2x + 8 + 5 > 8 - 12x$$

$$-2x + 12x > 8 - 8 - 5$$

$$10x > -5$$

$$x > \frac{-5}{10}$$

$$x > \frac{-1}{2}$$

$$V = \left] \frac{-1}{2}, +\infty \right[$$

b) $\frac{3x+1}{3} + 2 \geq \frac{7x+2}{3} - 1$

$$3 \cdot \left(\frac{3x+1}{3} + 2 \right) \geq \left(\frac{7x+2}{3} - 1 \right) \cdot 3$$

$$3x + 1 + 6 \geq 7x + 2 - 3$$

$$3x - 7x \geq 2 - 3 - 1 - 6$$

$$-4x \geq -8$$

$$x \leq \frac{-8}{-4}$$

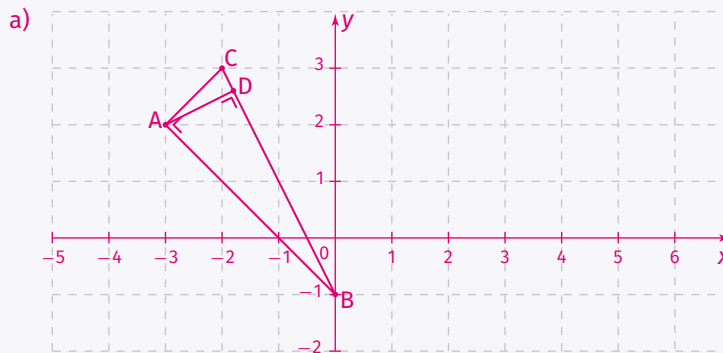
$$x \leq 2$$

$$V =]-\infty, 2]$$



$\triangle ABC$ heeft als hoekpunten $A(-3, 2)$, $B(0, -1)$ en $C(-2, 3)$.

- Teken $\triangle ABC$ in een assenstelsel.
- Toon via berekeningen aan dat $\triangle ABC$ rechthoekig is.
Welke is de rechte hoek?
- Bepaal de lengte van de hoogtelijn op de hypotenusa. Gebruik hiervoor de metrische betrekkingen in een rechthoekige driehoek.



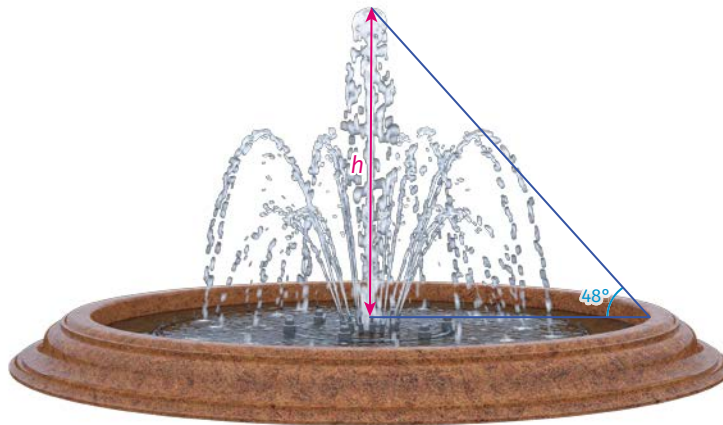
$$\begin{aligned}
 \bullet \quad |AB| &= \sqrt{(0+3)^2 + (-1-2)^2} & \bullet \quad |AC| &= \sqrt{(-2+3)^2 + (3-2)^2} & \bullet \quad |BC| &= \sqrt{(-2-0)^2 + (3+1)^2} \\
 &= \sqrt{3^2 + (-3)^2} & &= \sqrt{1^2 + 1^2} & &= \sqrt{(-2)^2 + 4^2} \\
 &= 3\sqrt{2} & &= \sqrt{2} & &= 2\sqrt{5} \\
 \bullet \quad (3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 &\stackrel{?}{=} (2\sqrt{5})^2 \\
 9 \cdot 2 + 2 &\stackrel{?}{=} 4 \cdot 5 \\
 20 &= 20 \quad \rightarrow \triangle ABC \text{ is rechthoekig in } \hat{A}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad |CD| &= \frac{|AC|^2}{|BC|} & \bullet \quad |BD| &= \frac{|AB|^2}{|BC|} & \bullet \quad |AD| &= \sqrt{|CD| \cdot |BD|} \\
 &= \frac{2}{2\sqrt{5}} & &= \frac{9 \cdot 2}{2\sqrt{5}} & &= \sqrt{\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{9}{\sqrt{5}}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{5}} & &= \frac{9}{\sqrt{5}} & &= \sqrt{\frac{9}{5}} \\
 & & & & &= \frac{3\sqrt{5}}{5}
 \end{aligned}$$



75

Nelle wil weten hoe hoog een fontein water spuit zonder haar voeten nat te maken. Ze loopt rond het reservoir van de fontein en meet een omtrek van 18 meter. Vervolgens meet ze de hoek tussen het hoogste punt van de waterkolom en een punt op de rand van het reservoir (48°). Bepaal de hoogte van de waterkolom tot op 0,1 cm nauwkeurig.



$$\bullet 2r\pi = 18$$

$$r = \frac{18}{2\pi}$$

$$r = \frac{9}{\pi}$$

$$\bullet \tan 48^\circ = \frac{h}{\frac{9}{\pi}}$$

$$h = \frac{9}{\pi} \tan 48^\circ$$

$$h \approx 3,182$$

Antwoord: De fontein spuit ongeveer 318,2 cm hoog.



76

De rekening van 100 klanten in een lokale (kleine) supermarkt werd bijgehouden in de onderstaande frequentietabel.

a) Vul de frequentietabel aan.

b) Hoeveel procent van de klanten betaalde € 30 of meer, maar minder dan € 40?

6 % van de klanten betaalde € 30 of meer, maar minder dan € 40.

x_i	f_i	$\%f_i (\%)$
[0; 10[	24	24
[10; 20[	9	9
[20; 30[	43	43
[30; 40[	6	6
[40; 50[	12	12
[50; 60[	4	4
[60; 70[	2	2
totaal	100	100

c) Hoeveel gaf de klant gemiddeld uit op deze dag?

$$\frac{24 \cdot 5 + 9 \cdot 15 + 43 \cdot 25 + 6 \cdot 35 + 12 \cdot 45 + 4 \cdot 55 + 2 \cdot 65}{100} = 24,3$$

Gemiddeld gaf de klant € 24,30 uit op deze dag.



77

Los het volgend stelsel op met de substitutiemethode.

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = -3 \\ -\frac{2x}{3} + \frac{y}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -12 \\ -4x + y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 12 \\ -4x + 2x + 12 = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 12 \\ -2x = -10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \cdot 5 + 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 22 \end{cases}$$

$$V = \{(5, 22)\}$$



78

Als je de teller van een breuk met 7 vermeerderd, dan wordt de waarde 2.

Als je de noemer van deze breuk met 4 vermeerderd, dan wordt de waarde $\frac{1}{3}$.

Zoek de teller en de noemer van deze breuk.

- Keuze onbekenden:
teller van de breuk: x
noemer van de breuk: y

- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} \frac{x+7}{y} = 2 \\ \frac{x}{y+4} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

- Oplossen stelsel:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+7 = 2y \\ 3x = y+4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+7 = 2y \\ y = 3x-4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+7 = 2(3x-4) \\ y = 3x-4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+7 = 6x-8 \\ y = 3x-4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ y = 3x-4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$V = \{(3, 5)\}$$

- Antwoord: De teller is 3
en de noemer is 5.

- Controle:

$$\frac{3+7}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{3}{5+4} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$



79

Zoek de waarde van de parameter m zodat de functie f met voorschrift $f(x) = (m+2)x - 4$ als nulwaarde 5 heeft.

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ (m+2)x - 4 &= 0 \\ (m+2)x &= 4 \\ x &= \frac{4}{m+2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{m+2} &= 5 \\ 4 &= 5(m+2) \\ 4 &= 5m+10 \\ -6 &= 5m \\ -\frac{6}{5} &= m \end{aligned}$$



80

Bepaal 2 getallen die zich verhouden als 4 tot 5 en waarvan de som 207 is.

- Keuze onbekenden:
1ste getal: x
2de getal: y
- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{4}{5} \\ x + y = 207 \end{cases}$$
- Oplossen stelsel:

$$\begin{cases} 5x = 4y \\ x + y = 207 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5}y \\ \frac{4}{5}y + y = 207 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5}y \\ \frac{9}{5}y = 207 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5}y \\ y = \frac{207 \cdot 5}{9} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5}y \\ y = 115 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 92 \\ y = 115 \end{cases}$$

$$V = \{(92, 115)\}$$
- Antwoord:
Het 1ste getal is 92 en het 2de getal is 115.
- Controle:

$$\frac{92}{115} = \frac{4}{5}$$

$$92 + 115 = 207$$



81

Bepaal de vergelijking van de rechte b als je weet dat b evenwijdig is met $a \leftrightarrow y = -3x + 7$ en door het punt $P(2, 4)$ gaat.richtingscoëfficiënt = -3

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

$$y - 4 = -3(x - 2)$$

$$y - 4 = -3x + 6$$

$$y = -3x + 10$$



82

4 jaar geleden was Aurélie dubbel zo oud als Korneel.

Over 8 jaar zal de leeftijd van Aurélie en die van Korneel zich verhouden als 4 tot 3.

Hoe oud is Korneel nu?

- Keuze onbekenden:
leeftijd van Korneel nu: x
leeftijd van Aurélie nu y
- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} y - 4 = 2(x - 4) \\ \frac{y + 8}{x + 8} = \frac{4}{3} \end{cases}$$
- Oplossen stelsel:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} y - 4 = 2x - 8 \\ 3y + 24 = 4x + 32 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 2x - 4 \\ 3(2x - 4) + 24 = 4x + 32 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 2x - 4 \\ 6x - 12 + 24 = 4x + 32 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 2x - 4 \\ 2x = 20 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 2x - 4 \\ x = 10 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 10 \\ y = 16 \end{cases} \end{aligned}$$
- Antwoord: Korneel is nu 10 jaar.
- Controle:
 4 jaar geleden: Korneel 6 jaar
 Aurélie 12 jaar
 over 8 jaar: Korneel 18 jaar
 Aurélie 24 jaar
 $\frac{24}{18} = \frac{4}{3}$



83

Gegeven: $r \Leftrightarrow y = ax$ met $a \in \mathbb{R}$.

Gevraagd: Bepaal de waarde van a zodat het punt $P(4, -20)$ tot de rechte r behoort.

$$\begin{aligned} y &= ax \\ -20 &= a \cdot 4 \\ -5 &= a \\ r \Leftrightarrow y &= -5x \end{aligned}$$



De omtrek van een rechthoek is 80 cm. Als je de lengte van deze rechthoek met 6 cm vermeerderd en de breedte met 4 cm, dan krijg je een rechthoek waarvan de oppervlakte 216 cm^2 meer is dan de oorspronkelijke oppervlakte van de rechthoek. Bepaal de breedte van de rechthoek.

- Keuze onbekenden:

lengte: x

breedte: $40 - x$

- Vergelijking opstellen:

$$(x + 6)(40 - x + 4) = x(40 - x) + 216$$

- Vergelijking oplossen:

$$(x + 6)(44 - x) = x(40 - x) + 216$$

$$44x - \cancel{x^2} + 264 - 6x = 40x - \cancel{x^2} + 216$$

$$-2x = -48$$

$$x = 24$$

- Antwoord: De lengte is 24 m en de breedte is 16 m.

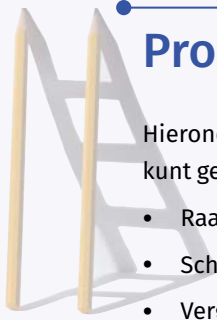
- Controle:

$$\begin{aligned} A_{\text{origineel}} &= 24 \cdot 16 \text{ m}^2 \\ &= 384 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{\text{nieuw}} &= 30 \cdot 20 \text{ m}^2 \\ &= 600 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$600 = 384 + 216$$





Problemen oplossen met heuristieken

Hieronder vind je twee problemen. Je moet zelf een oplossingsstrategie kiezen en nagaan welke wiskundekennis je kunt gebruiken om het probleem op te lossen.

- Raadpleeg je vademecum om een gepaste heuristiek te kiezen en denk soms out of the box.
- Schrijf jouw oplossing netjes uit zodat je die kunt presenteren voor andere leerlingen.
- Vergelijk jouw oplossing met die van een andere leerling.
- Werk samen en kom tot nieuwe inzichten bij het oplossen van problemen.

Probleem 3

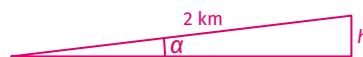
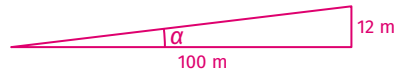
Langs de kant van de weg staat dit verkeersbord. Welk hoogteverschil maak je als je 2 km op die weg hebt afgelegd? Rond je resultaat af op 1 meter.

Gekozen heuristiek: Het verzamelen van de nodige informatie (hellingsgraad),
het maken van een figuur, het gebruiken van een eigenschap.



$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{12}{100} \\ \alpha &\approx 6,84^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{h}{2} \\ 2 \sin 6,84^\circ &= h \\ 0,23829 &\approx h \end{aligned}$$



Antwoord: Je maakt een hoogteverschil van ongeveer 238 m.

Probleem 4

Een beeldscherm heeft een diagonaal van 50 inch. Het standaardbeeldformaat is 16 : 9. Bereken de lengte en de breedte van een 50 inch beeldscherm tot op 0,1 mm nauwkeurig.

Gekozen heuristiek: Het verzamelen van de nodige informatie. Het gegeven en het gevraagde aanduiden op een
tekening. Een eigenschap gebruiken.

$$1 \text{ inch} = 2,54 \text{ cm}$$

$$50 \text{ inch} = 50 \cdot 2,54 \text{ cm} = 127 \text{ cm}$$

Pythagoras:

$$x^2 = l^2 + b^2 \quad \frac{l}{b} = \frac{16}{9} \text{ dus } l = \frac{16}{9}b$$

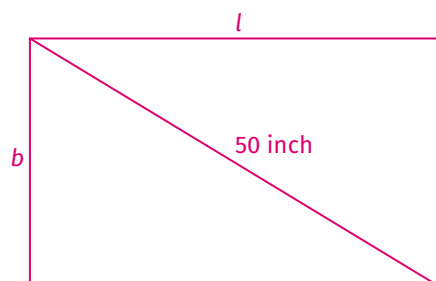
$$127^2 = \left(\frac{16}{9}b\right)^2 + b^2$$

$$16129 = \frac{256}{81}b^2 + b^2$$

$$16129 = \frac{337}{81}b^2$$

$$b^2 = 3876,7032\dots$$

$$b \approx 62,26 \text{ dus } l \approx 110,69$$



Antwoord: De afmetingen van een 50 inch beeldscherm zijn ongeveer 110,69 cm op 62,26 cm.

Oefeningenreeks 4 pepers

85

Werk uit.

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\sqrt{3}+1\right)\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}-1\right) &= \left(\frac{2}{3}\sqrt{3}\right)^2 - 1^2 \\ &= \frac{4}{9} \cdot 3 - 1 \\ &= \frac{4}{3} - \frac{3}{3} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$



86

Tussen welke opeenvolgende natuurlijke getallen ligt $\sqrt{42}$? Gebruik geen rekenmachine.

$$6 < \sqrt{42} < 7 \text{ want } 6^2 = 36 \text{ en } 7^2 = 49$$



87

Vul het juiste symbool in: $<$, $\leq$, $>$, $\geq$ of $=$.

a) $a \leq b$ en $b < c \implies a$ $<$ c

g) $\frac{a}{12} < \frac{b}{12} \implies a$ $<$ b

b) $a > b$ en $c \in \mathbb{R} \implies a - c$ $>$ $b - c$

h) $\frac{-a}{5} < \frac{-b}{5} \implies a$ $>$ b

c) $a \leq b$ en $c < 0 \implies ac$ $\geq$ bc

i) $a > b$ en $b > 0 \implies a^2$ $>$ b^2

d) $a \leq b$ en $c < d \implies a + c$ $<$ $b + d$

j) $a > b$ en $b > 0 \implies \sqrt{a}$ $>$ $\sqrt{b}$

e) $a \geq b \implies -a$ $\leq$ $-b$

k) $a < b$ en $a, b < 0 \implies \frac{1}{a}$ $>$ $\frac{1}{b}$

f) $0 < a + b \implies b$ $>$ $-a$

l) $a < b$ en $a, b > 0 \implies \frac{1}{a}$ $>$ $\frac{1}{b}$



88

Geef telkens het voorschrift van de eerstegraadsfunctie die hoort bij de volgende waardentabellen.

a)

x	-15	-10	-5	0	5	10	15
$f(x)$	-13	-10	-7	-4	-1	2	5

$$y = \frac{3}{5}x - 4$$

b)

x	-15	-10	-5	0	5	10	15
$f(x)$	18	10	2	-6	-14	-22	-30

$$y = -\frac{8}{5}x - 6$$

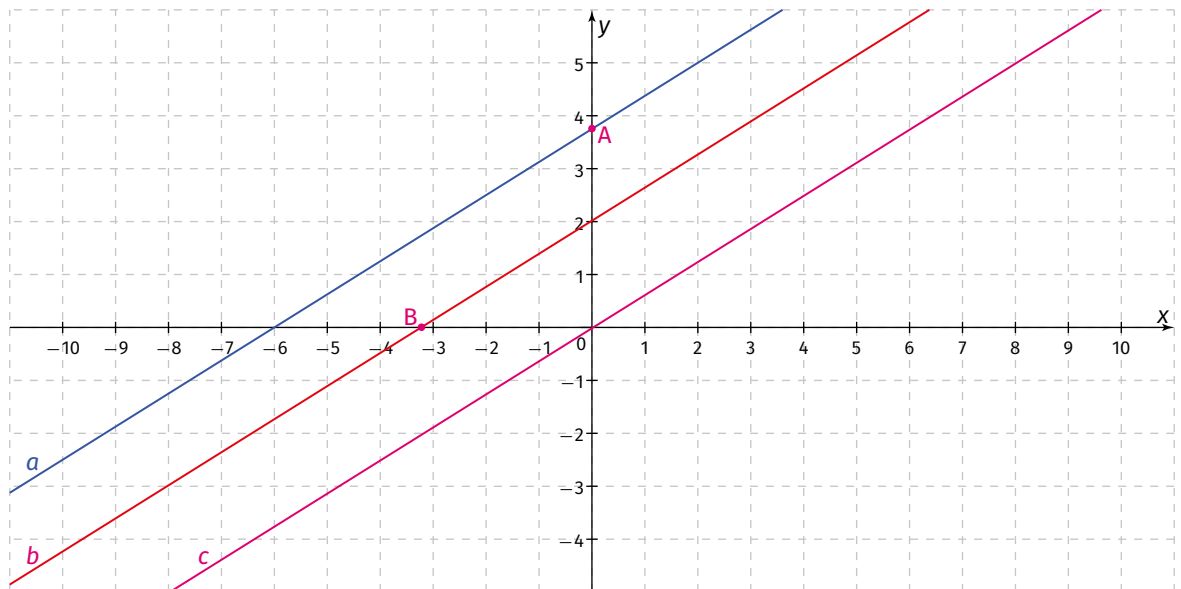
c)

x	-9	-6	-3	0	3	6	9
$f(x)$	-12	-8	-4	0	4	8	12

$$y = \frac{4}{3}x$$



89

De rechten a en b zijn evenwijdig.a) Noteer de vergelijking van de rechte a . Schrijf de vergelijking in de vorm $ux + vy + w = 0$.De rechte a gaat door de punten $(-6, 0)$ en $(2, 5)$.

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$y = \frac{5}{8}(x + 6)$$

$$-5x + 8y - 30 = 0$$

$$y - 0 = \frac{5 - 0}{2 - (-6)}(x - (-6))$$

$$y = \frac{5}{8}x + \frac{30}{8}$$

$$8y = 5x + 30$$

b) Zoek de coördinaat van het snijpunt A van de rechte a met de y -as.

Als $x = 0$, dan:

$$-5 \cdot 0 + 8y - 30 = 0$$

$$8y = 30$$

$$y = \frac{15}{4} \rightarrow \text{De coördinaat van A is } \left(0, \frac{15}{4}\right).$$

c) Zoek de coördinaat van het snijpunt B van de rechte b met de x -as.

• De rechte b gaat door de punten $(-8, -3)$ en $(0, 2)$.

• Als $y = 0$ dan:

$$y - (-3) = \frac{2 - (-3)}{0 - (-8)}(x - (-8))$$

$$8y + 24 = 5x + 40$$

$$-5x + 8 \cdot 0 - 16 = 0$$

$$y + 3 = \frac{5}{8}(x + 8)$$

$$-5x + 8y + 24 - 40 = 0$$

$$-5x = 16$$

$$-5x + 8y - 16 = 0$$

$$y = -\frac{16}{5}$$

$\rightarrow$ De coördinaat van B is $\left(-\frac{16}{5}, 0\right)$.

$$y + 3 = \frac{5}{8}x + 5$$

d) Bepaal de vergelijking van de rechte c door de oorsprong en evenwijdig met de rechte a .

• De vergelijking van de rechte a is $-5x + 8y - 30 = 0$.

Onder de vorm $y = ax + b$ wordt dat $y = \frac{5}{8}x + \frac{15}{4}$.

• Voor een rechte evenwijdig met a is $a = \frac{5}{8}$. Voor een rechte door de oorsprong is $b = 0$.
De vergelijking van c is dus $y = \frac{5}{8}x$.

e) Bepaal de vergelijking van de rechte AB.

De rechte AB gaat door de punten $A\left(0, \frac{15}{4}\right)$ en $B\left(-\frac{16}{5}, 0\right)$.

$$y - \frac{15}{4} = \left(\frac{0 - \frac{15}{4}}{-\frac{16}{5} - 0}\right)(x - 0)$$

$$y - \frac{15}{4} = \left(\frac{-\frac{15}{4}}{-\frac{16}{5}}\right)x$$

$$y - \frac{15}{4} = \frac{75}{64}x$$

$$64y - 240 = 75x$$

$$-75x + 64y - 240 = 0$$



90

Geef telkens het voorschrift van de eerstegraadsfunctie die hoort bij de volgende waardentabellen.

a)

x	-8	-5	-2	1	4	7	10
$f(x)$	20	14	8	2	-4	-10	-16

$$a = -2$$

$$\begin{aligned} y - y_1 &= a(x - x_1) \\ y - 2 &= -2(x - 1) \\ y - 2 &= -2x + 2 \\ y &= -2x + 4 \end{aligned}$$

b)

x	4	6	8	10	12	14	16
$f(x)$	-15	-10	-5	0	5	10	15

$$a = \frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned} y - y_1 &= a(x - x_1) \\ y - 0 &= \frac{5}{2}(x - 10) \\ y &= \frac{5}{2}x - 25 \end{aligned}$$



91

Vul de juiste getallen in: De rechte $a \leftrightarrow 5x - 3y + 9 = 0$ is evenwijdig met de rechte $b \leftrightarrow y = \frac{5}{3}x$ en snijdt de y -as in het punt $P\left(\begin{array}{c} 0 \\ 3 \end{array}\right)$.

$$\begin{aligned} 5x - 3y + 9 &= 0 \\ -3y &= -5x - 9 \\ y &= \frac{-5x - 9}{-3} \\ y &= \frac{5}{3}x + 3 \end{aligned}$$



92

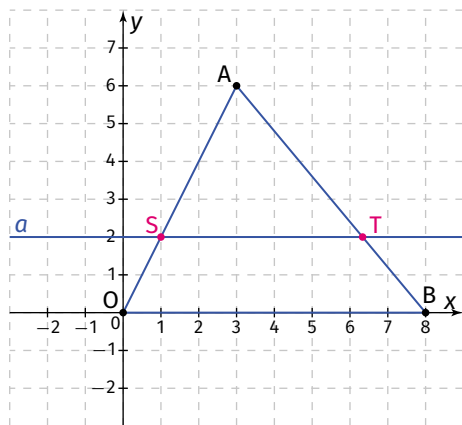
Zoek het voorschrift van de eerstegraadsfunctie f waarvan de grafiek de y -as snijdt in het punt $P(0, 2)$ en waarvan de tekentabel hieronder gegeven wordt.

x		4	
$f(x)$	+	0	-

$$\begin{aligned} y &= ax + 2 \\ 0 &= a \cdot 4 + 2 \\ -2 &= 4a \\ -\frac{2}{4} &= a \\ -\frac{1}{2} &= a \\ y &= -\frac{1}{2}x + 2 \end{aligned}$$



Beschouw $\triangle OAB$ en de rechte a die evenwijdig is met de x -as (zie figuur).



- a) Bepaal de coördinaten van de snijpunten van de rechte a met de zijden $[OA]$ (snijpunt S) en $[AB]$ (snijpunt T).

$$OA \leftrightarrow y = 2x$$

$$a \leftrightarrow y = 2$$

$$y = 2x \text{ en } y = 2$$

$$2 = 2x$$

$$1 = x$$

$$S(1, 2)$$

$$A(3, 6) \quad B(8, 0)$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 6 = \frac{0 - 6}{8 - 3} (x - 3)$$

$$y - 6 = -\frac{6}{5} (x - 3)$$

$$y - 6 = -\frac{6}{5}x + \frac{18}{5}$$

$$y = -\frac{6}{5}x + \frac{18}{5} + \frac{30}{5}$$

$$y = -\frac{6}{5}x + \frac{48}{5}$$

$$AB \leftrightarrow y = -\frac{6}{5}x + \frac{48}{5}$$

$$a \leftrightarrow y = 2$$

$$2 = -\frac{6}{5}x + \frac{48}{5}$$

$$2 - \frac{48}{5} = -\frac{6}{5}x$$

$$-\frac{38}{5} = -\frac{6}{5}x$$

$$-\frac{38}{5} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = x$$

$$\frac{38}{6} = x$$

$$\frac{19}{3} = x$$

$$T\left(\frac{19}{3}, 2\right)$$

- b) Bepaal de afstand tussen S en T op twee verschillende manieren
- 1) via de formule voor de afstand tussen twee punten
 - 2) via gelijkvormigheid van driehoeken
- en controleer of je hetzelfde resultaat uitkomt.

$$1) |ST| = \sqrt{\left(\frac{19}{3} - 1\right)^2 + (2 - 2)^2} = \sqrt{\frac{256}{9} + 0} = \sqrt{\frac{256}{9}} = \frac{16}{3}$$

$$2) \triangle AOB \sim \triangle AST \quad \bullet \quad |AO| = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\frac{|AS|}{|AO|} = \frac{|ST|}{|OB|} \quad \bullet \quad |AS| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{|ST|}{8}$$

$$\frac{2}{3} \cdot 8 = |ST|$$

$$\frac{16}{3} = |ST|$$



94

Bepaal de waarde van de parameter k zodat de rechte a het punt $P(3, -1)$ bevat.
 $a \leftrightarrow 3kx + (k - 2)y - 6 = 0$

$$\begin{aligned} 3kx + (k - 2)y - 6 &= 0 & 8k &= 4 \\ 3k \cdot 3 + (k - 2) \cdot (-1) - 6 &= 0 & k &= \frac{4}{8} \\ 9k - k + 2 - 6 &= 0 & k &= \frac{1}{2} \\ 8k - 4 &= 0 & & \end{aligned}$$



95

Voor welke waarde van de parameter p is de functie f een constante functie?

$$f(x) = (5 - 2p)x + 6p(2x - 3)$$

Bepaal voor deze waarde de constante functiewaarde van f .

$$\begin{aligned} f(x) &= 5x - 2px + 12px - 18p \\ &= 5x + 10px - 18p \\ &= (5 + 10p)x - 18p \end{aligned}$$

$$5 + 10p = 0$$

$$10p = -5$$

$$p = -\frac{5}{10}$$

$$p = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= -18p \\ &= -18 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 9 \end{aligned}$$



96

Voor welke waarde van de parameter p snijdt de rechte a de x -as in het punt $P(-3, 0)$?

$$a \leftrightarrow y = (p + 4)x + (2 - 5p)$$

Bepaal voor deze waarde van p of de rechte a een stijgende of dalende rechte is.

$$y = (p + 4)x + (2 - 5p)$$

$$0 = (p + 4) \cdot (-3) + (2 - 5p)$$

$$0 = -3p - 12 + 2 - 5p$$

$$0 = -8p - 10$$

$$10 = -8p$$

$$-\frac{10}{8} = p$$

$$-\frac{5}{4} = p$$

$$\text{richtingscoëfficiënt: } p + 4 = -\frac{5}{4} + 4 = -\frac{5}{4} + \frac{16}{4} = \frac{11}{4}$$

→ stijgend



97

Zoek de waarde(n) van de parameter p zodat de rechte met vergelijking $y = (4 - p)x + 2p$ een stijgende rechte is.

$$\begin{aligned}\text{stijgende rechte: } 4 - p &> 0 \\ -p &> -4 \\ p &< 4\end{aligned}$$



98

Bepaal de waarde van de parameter a zodat de grafiek van de functie f door het punt $P(2, -5)$ gaat.

$$f(x) = 2ax + 6 - 4x + a$$

Is de grafiek van f dan een stijgende of dalende rechte?

$$\begin{aligned}f(x) &= 2ax + 6 - 4x + a \\ -5 &= 2a \cdot 2 + 6 - 4 \cdot 2 + a \\ -5 &= 4a + 6 - 8 + a \\ -5 &= 5a - 2 \\ -3 &= 5a \\ -\frac{3}{5} &= a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(x) &= 2ax + 6 - 4x + a \\ &= (2a - 4)x + 6 + a\end{aligned}$$

$$2a - 4 = 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - 4 = -\frac{6}{5} - \frac{20}{5} = -\frac{26}{5} \rightarrow \text{dalend}$$



99

Gegeven: de rechte a met vergelijking $y = -\frac{9}{4}x$.

Bepaal de coördinaat van het punt van de rechte a waarvan het tweede coördinaatgetal gelijk is aan -6 .

$$\begin{aligned} y &= -\frac{9}{4}x \\ -6 &= -\frac{9}{4}x \\ -6 \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) &= x \\ \frac{8}{3} &= x \end{aligned} \quad \left(\frac{8}{3}, -6\right)$$



100

Bepaal de vergelijking van een rechte door het punt $A(0, 5)$ en die de x -as snijdt in het punt B zodat de oppervlakte van $\triangle OAB$ gelijk is aan 3.

$$\begin{aligned} B(r, 0) \\ A_{\triangle OAB} &= \frac{b \cdot h}{2} \\ 3 &= \frac{r \cdot 5}{2} \\ 6 &= r \cdot 5 \\ \frac{6}{5} &= r \end{aligned} \quad \begin{aligned} y - y_1 &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \\ y - 5 &= \frac{0 - 5}{\frac{6}{5} - 0} (x - 0) \\ y - 5 &= -\frac{25}{6}x \\ y &= -\frac{25}{6}x + 5 \end{aligned}$$



De rechten $y = -2$ en $y = 4$ snijden de rechte $a \leftrightarrow 2x - 5y + 4 = 0$ in de punten A en B. Bepaal de coördinaat en de norm van de vector $\overrightarrow{AB}$.

$$\begin{cases} 2x - 5y + 4 = 0 \\ \text{en } y = -2 \end{cases}$$

$$2x + 10 + 4 = 0$$

$$2x = -14$$

$$x = -7$$

$$A(-7, -2)$$

$$\begin{cases} 2x - 5y + 4 = 0 \\ \text{en } y = 4 \end{cases}$$

$$2x - 20 + 4 = 0$$

$$2x - 16 = 0$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

$$B(8, 4)$$

$$\text{co}(\overrightarrow{AB}) = (8 + 7, 4 + 2) = (15, 6)$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(8 + 7)^2 + (4 + 2)^2} = \sqrt{15^2 + 6^2} = \sqrt{225 + 36} = \sqrt{261}$$



102

Wanneer men de rechte $p \leftrightarrow 4x + 3y - 15 = 0$ spiegelt ten opzichte van de x -as, bekomt men de rechte $s(p) \leftrightarrow y = ax + b$ als beeld. Bepaal de waarde van a en b .

$$\begin{aligned} a \leftrightarrow 4x + 3y - 15 &= 0 & 0 &= -\frac{4}{3}x + 5 \\ 3y &= -4x + 15 & -5 &= -\frac{4}{3}x \\ y &= -\frac{4}{3}x + 5 & -5 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) &= x \\ & & \frac{15}{4} &= x \rightarrow \left(\frac{15}{4}, 0\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s(a) \leftrightarrow y &= ax - 5 \\ 0 &= a \cdot \frac{15}{4} - 5 \\ 5 &= \frac{15}{4}a \\ 5 \cdot \frac{4}{15} &= a \\ \frac{4}{3} &= a \\ \text{en} \\ b &= -5 \end{aligned}$$



103

Voor welke waarde van de parameter m zijn de rechten a en b evenwijdig?

$$a \leftrightarrow y = -2(x + 4)$$

$$b \leftrightarrow y = 4mx + 10 - 2m$$

$$\begin{aligned} \text{Gegeven: } a \leftrightarrow y &= -2(x + 4) & a &\parallel b \\ b \leftrightarrow y &= 4mx + 10 - 2m \end{aligned}$$

Gevraagd: m

Oplossing: • $a \parallel b$ dus de richtingscoëfficiënt is identiek.

$$\begin{aligned} \bullet \quad -2 &= 4m \\ m &= \frac{-2}{4} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Antwoord: Als $m = -\frac{1}{2}$ zijn de rechten a en b evenwijdig.



Voor welke waarden van de parameter m is de rechte a evenwijdig met de y -as?

$$a \leftrightarrow m - (5m + x) = 3m(x + 2)$$

Gegeven: $a \leftrightarrow m - (5m + x) = 3m(x + 2)$
 $a \parallel y\text{-as}$

Gevraagd: m

Oplossing: • $y\text{-as} \leftrightarrow x = 0$

$$\begin{aligned} \bullet \quad m - (5m + x) &= 3m(x + 2) \\ m - 5m - x &= 3mx + 6m \\ m - 5m - 6m &= 3mx + x \\ (3m + 1)x &= -10m \end{aligned}$$

• x heeft een oplossing voor alle waarden van m , behalve als $m = -\frac{1}{3}$.

Antwoord: a is evenwijdig met de y -as voor alle waarden van m , behalve als $m = -\frac{1}{3}$.



Construeer een driehoek waarvan de zijden op de rechten a , b en c liggen.

$$a \leftrightarrow x + y = 4$$

$$b \leftrightarrow 3x - y = 0$$

$$c \leftrightarrow x - 3y - 8 = 0$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad a &\leftrightarrow x + y = 4 \\ y &= -x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad b &\leftrightarrow 3x - y = 0 \\ y &= 3x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad c &\leftrightarrow x - 3y - 8 = 0 \\ 3y &= x - 8 \\ y &= \frac{1}{3}x - \frac{8}{3} \end{aligned}$$

• Snijpunt van a en b :

$$\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = 3x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y = y \text{ dus } -x + 4 &= 3x \\ 4x &= 4 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 1 \text{ en } y &= 3x \\ y &= 3 \end{aligned}$$

$$V = \{(1, 3)\}$$

• Snijpunt van a en c :

$$\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y = y \text{ dus } -x + 4 &= \frac{1}{3}x - \frac{8}{3} \\ \frac{4}{3}x &= \frac{20}{3} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 5 \text{ en } y &= -x + 4 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

$$V = \{(5, -1)\}$$

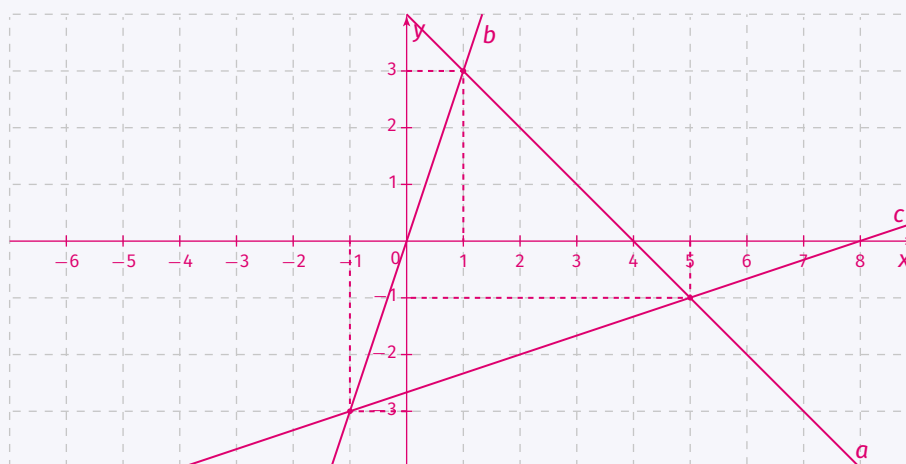
• Snijpunt van b en c :

$$\begin{cases} y = 3x \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y = y \text{ dus } 3x &= \frac{1}{3}x - \frac{8}{3} \\ \frac{8}{3}x &= -\frac{8}{3} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = -1 \text{ en } y &= 3x \\ y &= -3 \end{aligned}$$

$$V = \{(-1, -3)\}$$



106

Los de volgende ongelijkheden algebraïsch op.

$$a) \frac{1}{3} \left(\frac{3}{2}x + \sqrt{6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}x - \sqrt{6} \right) \geq \sqrt{6}$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{1}{6}x - \frac{\sqrt{6}}{2} \geq \sqrt{6}$$

$$6 \cdot \left(\frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{1}{6}x - \frac{\sqrt{6}}{2} \right) \geq \sqrt{6} \cdot 6$$

$$3x + 2\sqrt{6} + x - 3\sqrt{6} \geq 6\sqrt{6}$$

$$3x + x \geq 6\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6}$$

$$4x \geq 7\sqrt{6}$$

$$x \geq \frac{7\sqrt{6}}{4}$$

$$V = \left[\frac{7\sqrt{6}}{4}, +\infty \right[$$

$$b) \frac{3x - \pi}{2} + \frac{x + \pi}{8} > x - \frac{\pi}{2}$$

$$8 \cdot \left(\frac{3x - \pi}{2} + \frac{x + \pi}{8} \right) > \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \cdot 8$$

$$12x - 4\pi + x + \pi > 8x - 4\pi$$

$$12x + x - 8x > \cancel{4\pi} + \cancel{4\pi} - \pi$$

$$5x > -\pi$$

$$x > \frac{-\pi}{5}$$

$$V = \left] -\frac{\pi}{5}, +\infty \right[$$



107

Schrijf $\sin^4(x)$ als een veelterm in de variabele $\cos(x)$.Vul aan: $\sin^4(x) = \dots \cos^4(x) + \dots \cos^3(x) + \dots \cos^2(x) + \dots \cos(x) + \dots$

$$\sin^4(x)$$

$$= (\sin^2(x))^2$$

$$= (1 - \cos^2(x))^2$$

$$= 1 - 2\cos^2(x) + \cos^4(x)$$

$$\text{dus: } \sin^4(x) = 1\cos^4(x) + 0\cos^3(x) + (-2)\cos^2(x) + 1$$





Elke maand wordt het aantal gebruikte **belminuten** en **berichten** genoteerd.

462	357	625	865	412	263
1523	956	658	1245	897	563
359	895	745	125	207	312
856	1458	1357	1485	952	758

a) Zoek de spreidingsbreedte van deze metingen.

We rangschikken de gegevens van klein naar groot.

Belminuten:	125	207	263	312	357	359	Spreidingsbreedte: $895 - 125 = 770$
	412	462	625	745	865	895	
Berichten:	563	658	758	856	897	952	Spreidingsbreedte: $1523 - 563 = 960$
	956	1245	1357	1458	1485	1523	

b) Zoek het gemiddelde van deze metingen.

$$\begin{aligned}
 \text{Belminuten: } \bar{x} &= \frac{125 + 207 + 263 + 312 + 357 + 359 + 412 + 462 + 625 + 745 + 865 + 895}{12} \\
 &\approx 468,92 \\
 \text{Berichten: } \bar{x} &= \frac{563 + 658 + 758 + 856 + 897 + 952 + 956 + 1245 + 1357 + 1458 + 1485 + 1523}{12} \\
 &= 1059
 \end{aligned}$$

c) Zoek het eerste, tweede en derde kwartiel.

$$\begin{aligned}
 \text{Belminuten: } Q_1 &= \frac{263 + 312}{2} = 287,5 & Q_2 &= \frac{359 + 412}{2} = 385,5 & Q_3 &= \frac{625 + 745}{2} = 685 \\
 \text{Berichten: } Q_1 &= \frac{758 + 856}{2} = 807 & Q_2 &= \frac{952 + 956}{2} = 954 & Q_3 &= \frac{1357 + 1458}{2} = 1407,5
 \end{aligned}$$

d) Bepaal de interkwartielafstand.

$$\begin{aligned}
 \text{Belminuten: } Q_3 - Q_1 &= 685 - 287,5 \\
 &= 397,5 \\
 \text{Berichten: } Q_3 - Q_1 &= 1407,5 - 807 \\
 &= 600,5
 \end{aligned}$$

e) Bereken met ICT de standaardafwijking.

$$\begin{aligned}
 \text{Belminuten: } \sigma &\approx 245,09 \\
 \text{Berichten: } \sigma &\approx 324,85
 \end{aligned}$$



6 jaar geleden was moeder viermaal zo oud als haar dochter.
Over 10 jaar zal de dochter half zo oud zijn als haar moeder.
Hoe oud is de dochter nu?

- Keuze onbekenden:
leeftijd dochter nu: x
leeftijd moeder nu: y

- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} (x - 6) \cdot 4 = y - 6 \\ (x + 10) \cdot 2 = y + 10 \end{cases}$$

- Oplossen stelsel:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 24 = y - 6 \\ 2x + 20 = y + 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - y = 18 \\ 2x - y = -10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 4x - 18 \\ y = 2x + 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 18 = 2x + 10 \\ y = 2x + 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 28 \\ y = 2x + 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 38 \end{cases}$$

$$V = \{(14, 38)\}$$

- Antwoord: De dochter is nu 14 jaar.

- Controle:

$$\begin{array}{ll} 14 - 6 = 8 & 32 = 8 \cdot 4 \\ 38 - 6 = 32 & \\ \\ 14 + 10 = 24 & 48 = 24 \cdot 2 \\ 38 + 10 = 48 & \end{array}$$



Oefeningenreeks 5 pepers

110

Geef telkens het voorschrift van de eerstegraadsfunctie die hoort bij de volgende waardentabellen.

a)

x	-11	-7	-3	1	5	9	13
f(x)	-6	0	6	12	18	24	30

richtingscoëfficiënt: $a = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} y - y_1 &= a(x - x_1) & y &= \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} + 12 \\ y - 12 &= \frac{3}{2}(x - 1) & y &= \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} + \frac{24}{2} \\ y - 12 &= \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} & y &= \frac{3}{2}x + \frac{21}{2} \end{aligned}$$

b)

x	8	11	14	17	20	23	26
f(x)	12	7	2	-3	-8	-13	-18

richtingscoëfficiënt: $a = -\frac{5}{3}$

$$\begin{aligned} y - y_1 &= a(x - x_1) & y &= -\frac{5}{3}x + \frac{70}{3} + 2 \\ y - 2 &= -\frac{5}{3}(x - 14) & y &= -\frac{5}{3}x + \frac{76}{3} \\ y - 2 &= -\frac{5}{3}x + \frac{70}{3} \end{aligned}$$

111

Stel de tekentabel op van de eerstegraadsfunctie f waarvan het voorschrift de parameter m bevat. Maak – indien nodig – een onderscheid tussen verschillende waarden van m .

$f(x) = (m + 2)x + 3m$

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ (m + 2)x + 3m &= 0 \\ (m + 2)x &= -3m \\ x &= \frac{-3m}{m + 2} \end{aligned}$$

• $m = -2 \rightarrow y = -6$

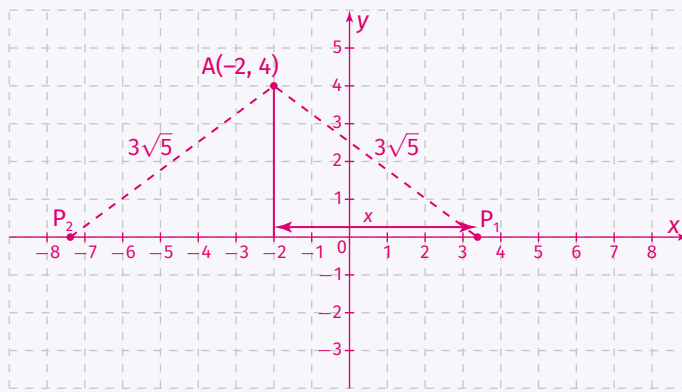
• $m > -2$

• $m < -2$

x			
f(x)	-	-	-
x	$\frac{-3m}{m+2}$		
f(x)	-	0	+
x	$\frac{-3m}{m+2}$		
f(x)	+	0	-

112

Bepaal het punt P op de x-as dat op een afstand van $3\sqrt{5}$ van het punt A(-2, 4) ligt.



$$\begin{aligned}
 4^2 + x^2 &= (3\sqrt{5})^2 & P_1(3,385; 0) \\
 16 + x^2 &= 45 & P_2(-7,385; 0) \\
 x^2 &= 45 - 16 \\
 x^2 &= 29 \\
 x &= \sqrt{29} \\
 x &\approx 5,385
 \end{aligned}$$



113

Bepaal de vergelijking van een rechte door het punt A(4, 3) die de x-as snijdt in het punt B en de y-as in het punt C zodat $|OC| = 2 \cdot |OB|$.

x	4	r	0	A(4, 3)
$f(x)$	3	0	$2r$	B(r, 0)
		$+2r$		C(0, 2r)

$$\text{richtingscoëfficiënt: } a = \frac{2r}{-r} = -2$$

$$\begin{aligned}
 y - y_1 &= a(x - x_1) & 0 &= -2 \cdot r + 11 \\
 y - 3 &= -2(x - 4) & -11 &= -2r \\
 y - 3 &= -2x + 8 & \frac{11}{2} &= r \\
 y &= -2x + 11
 \end{aligned}$$



$$a \leftrightarrow 4x - 2y + 5 = 0$$

$$b \leftrightarrow y = (m - 1)x + (3m + 2)$$

a) Voor welke waarde van de parameter m zijn de rechten a en b evenwijdig?

Gegeven: $a \leftrightarrow 4x - 2y + 5 = 0$ $a \parallel b$
 $b \leftrightarrow y = (m - 1)x + (3m + 2)$

Gevraagd: m

Oplossing: • $a \leftrightarrow 4x - 2y + 5 = 0$
 $2y = 4x + 5$
 $y = 2x + \frac{5}{2}$
 • $a \parallel b$ dus de richtingscoëfficiënt is gelijk:
 $2 = m - 1$
 $m = 3$

Antwoord: Als $m = 3$ zijn de rechten a en b evenwijdig.

b) Zijn de rechten a en b samenvallend of disjunct voor deze waarde van m ?

$b \leftrightarrow y = (m - 1)x + (3m + 2)$
 $y = (3 - 1)x + (3 \cdot 3 + 2)$
 $y = 2x + 11$
 a en b zijn disjunct voor deze waarde van m .



115

Bespreek de volgende ongelijkheid met parameter a .

$$\frac{3}{4}(x - a) > a(x - 3) + \frac{1}{3}$$

$$12 \cdot \left(\frac{3}{4}x - \frac{3}{4}a \right) > \left(ax - 3a + \frac{1}{3} \right) \cdot 12$$

$$9x - 9a > 12ax - 36a + 4$$

$$9x - 12ax > -36a + 4 + 9a$$

$$(9 - 12a)x > -27a + 4$$

geval 1: $9 - 12a > 0 \rightarrow a < \frac{3}{4}$

$$x > \frac{-27a + 4}{9 - 12a}$$

$$V = \left] \frac{-27a + 4}{9 - 12a}, +\infty \right[$$

geval 2: $9 - 12a < 0 \rightarrow a > \frac{3}{4}$

$$x < \frac{-27a + 4}{9 - 12a}$$

$$V = \left] -\infty, \frac{-27a + 4}{9 - 12a} \right[$$

geval 3: $9 - 12a = 0 \rightarrow a = \frac{3}{4}$

$$0x > -27a + 4$$

$$0x > -27 \cdot \frac{3}{4} + 4$$

$$0x > -\frac{65}{4}$$

$$V = \mathbb{R}$$



116

Van 45 leerlingen werd gevraagd hoelang ze elke ochtend onderweg zijn naar school (in minuten). De gegevens zijn weergegeven in onderstaande tabel. Maak eventueel gebruik van ICT om onderstaande vragen op te lossen.



21	62	12	9	6	14	13	58	8
10	4	9	8	14	7	12	6	52
11	17	5	10	18	19	15	43	32
18	11	11	15	2	14	7	20	14
6	8	16	12	14	18	20	13	45

a) Bepaal de modus van deze gegevens.

De modus is 14.

b) Bepaal de spreidingsbreedte.

$$62 - 2 = 60$$

De spreidingsbreedte is 60.

- c) Bepaal het gemiddelde van deze gegevens.

Het gemiddelde is ongeveer 16,87.

- d) Bepaal het eerste kwartiel, de mediaan en het derde kwartiel van deze gegevens. Geef daarna de gegevens weer in een boxplot.

$$\begin{aligned} \bullet Q_1 &= \frac{8 + 9}{2} \\ &= 8,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet Q_2 &= Me \\ &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet Q_3 &= \frac{18 + 18}{2} \\ &= 18 \end{aligned}$$



- e) Is er een (groot) verschil tussen het gemiddelde en de mediaan? Verklaar.

Het gemiddelde is groter dan de mediaan. Er is een kleine groep leerlingen die veel langer onderweg is dan de rest. Hun cijfers halen het gemiddelde naar omhoog.

- f) Bereken de variantie en de standaardafwijking met ICT.

Variantie: $\sigma^2 \approx 188,7822$

Standaardafwijking: $\sigma \approx 13,7398$

g) Stel de gegevens voor in een stengelbladdiagram.

```

0 | 2 4 5 6 6 6 7 7 8 8 8 9 9
1 | 0 0 1 1 1 2 2 2 3 3 4 4 4 4 4 5 5 6 7 8 8 8 9
2 | 0 0 1
3 | 2
4 | 3 5
5 | 2 8
6 | 2

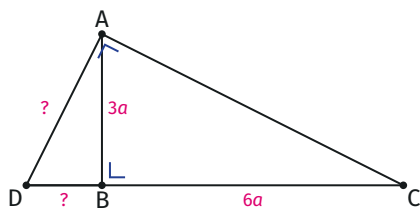
```

h) Stel de gegevens voor in een frequentietabel, met een klassenbreedte van 10.

KLASSE	m_i	f_i	$rf_i(\%)$	cf_i	$crf_i(\%)$
[0, 10[	5	13	28,89	13	28,89
[10, 20[	15	23	51,11	36	80,00
[20, 30[	25	3	6,67	39	86,67
[30, 40[	35	1	2,22	40	88,89
[40, 50[	45	2	4,44	42	93,33
[50, 60[	55	2	4,44	44	97,77
[60, 70[	65	1	2,22	45	100
Totaal		45	100		



Bereken $|BD|$ en $|AD|$ als $|AB| = 3a$ en $|BC| = 6a$.



① In $\triangle ABC$ met $\hat{B} = 90^\circ$ geldt:

- $|AC|^2 = 9a^2 + 36a^2$
- $|AC|^2 = 45a^2$
- $|AC| = \sqrt{45}a$
- $|AC| = 3\sqrt{5}a$
- $\tan \hat{C} = \frac{3a}{6a}$
- $\tan \hat{C} = \frac{1}{2}$
- $\Rightarrow \hat{C} \approx 26,57^\circ$

of: • $(3a)^2 = 6a \cdot |DB|$

$$\frac{9a^2}{6a} = |DB|$$

$$\frac{3}{2}a = |DB|$$

• In $\triangle ABD$:

$$|AD|^2 = (3a)^2 + \left(\frac{3}{2}a\right)^2$$

$$|AD|^2 = 9a^2 + \frac{9}{4}a^2$$

$$|AD|^2 = \frac{45}{4}a^2$$

$$|AD| = \frac{3\sqrt{5}}{2}a$$

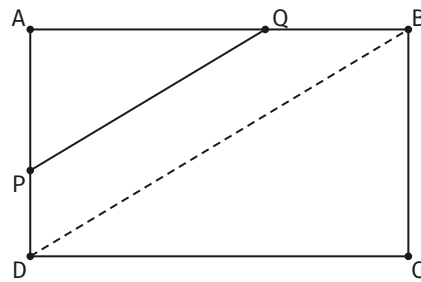
② In $\triangle ACD$ met $\hat{A} = 90^\circ$ geldt:

- $\tan \hat{C} = \frac{|AD|}{|AC|}$
- $\tan 26,57^\circ = \frac{|AD|}{3\sqrt{5}a}$
- $\frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{5}a = |AD|$
- $3,35a \approx |AD|$
- $(3,35a)^2 = 9a^2 + |BD|^2$
- $11,2225a^2 - 9a^2 = |BD|^2$
- $\sqrt{11,2225a^2 - 9a^2} = |BD|$
- $1,49a \approx |BD|$



In rechthoek ABCD is $|AB| = 5$ en $|BC| = 3$. Het lijnstuk $[PQ]$ is evenwijdig met de diagonaal $[BD]$ zoals in de figuur. Hoe groot moet $|AP|$ zijn opdat de oppervlakte van $\triangle APQ$ een derde zou zijn van de oppervlakte van de rechthoek?

- a) 2 d) $\frac{5}{3}$
 b) $\frac{25\sqrt{6}}{3}$ e) $\sqrt{6}$
 c) $\frac{5}{2}$



© VWO 2014-2015 eerste ronde

$$\begin{aligned}
 & \bullet A_{ABCD} = 5 \cdot 3 = 15 \\
 & \bullet A_{\triangle APQ} = \frac{1}{3} \cdot A_{ABCD} \\
 & \quad = \frac{1}{3} \cdot 15 \\
 & \quad = 5 \\
 & \bullet A_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot A_{ABCD} \\
 & \quad = \frac{15}{2} \\
 & \bullet \text{In } \triangle APQ \text{ en } \triangle ADB \text{ geldt:} \\
 & \quad \left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A} = 90^\circ \text{ (gemeenschappelijke hoek)} \\ \hat{P} = \hat{D} \text{ (twee evenwijdigen en een snijlijn)} \end{array} \right\} \xRightarrow{HH} \triangle APQ \sim \triangle ADB
 \end{aligned}$$

Dus: $\frac{|AP|}{|AD|} = \frac{|AQ|}{|AB|} = \frac{|PQ|}{|BD|} = k$ en $\frac{A_{\triangle APQ}}{A_{\triangle ABD}} = k^2$

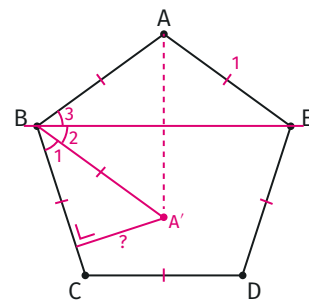
$$\begin{aligned}
 & \bullet k^2 = \frac{5}{\frac{15}{2}} \\
 & \quad k^2 = \frac{10}{15} \\
 & \quad k^2 = \frac{2}{3} \\
 & \quad k = \sqrt{\frac{2}{3}} \\
 & \bullet \frac{|AP|}{|AD|} = k \\
 & \quad \frac{|AP|}{3} = \sqrt{\frac{2}{3}} \\
 & \quad |AP| = 3 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \\
 & \quad |AP| = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\
 & \quad |AP| = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{3} \\
 & \quad |AP| = \sqrt{6}
 \end{aligned}$$



119

Een regelmatige vijfhoek heeft zijde 1. Men spiegelt het punt A om de rechte BE. Op welke afstand van de zijde [BC] ligt het spiegelbeeld van A?

- a) $\tan 36^\circ$
- b) $\sin 54^\circ$
- c) $\cos 54^\circ$
- d) $\sin 72^\circ$
- e) $\cos 72^\circ$



© VWO 2007-2008 tweede ronde

- $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = \widehat{E} = 108^\circ$

- $\triangle AEB$ is gelijkbenig



$$\widehat{B_3} = \widehat{E}$$

- $\widehat{B_3} = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2}$
 $\widehat{B_3} = 36^\circ$

- Uit constructie van de spiegeling volgt:

$$\widehat{B_2} = \widehat{B_3} = 36^\circ$$

- $\widehat{B_1} = 108^\circ - \widehat{B_2} - \widehat{B_3}$
 $= 108^\circ - 36^\circ - 36^\circ$
 $= 36^\circ$

- In $\triangle A'BC$:

$$\begin{aligned}\widehat{A'} &= 90^\circ - \widehat{B_1} \\ &= 90^\circ - 36^\circ \\ &= 54^\circ\end{aligned}$$

- $\cos \widehat{A'} = \frac{|A'C|}{1}$
 $\cos 54^\circ = |A'C|$



120

Een natuurlijk getal bestaat uit 2 cijfers waarvan de som 17 is.

Trekken we van dit getal 9 af, dan verkrijgen we een getal met dezelfde cijfers, maar in omgekeerde volgorde. Wat is dit getal?

- Keuze onbekenden:
 cijfer tientallen: a
 cijfer eenheden: b

- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} a + b = 17 \\ 10a + b - 9 = 10b + a \end{cases}$$

- Oplossen stelsel:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 17 \\ 9a - 9b = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 17 \\ a - b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 18 \\ a - b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 8 \end{cases}$$

- Antwoord: Dit getal is 98.

- Controle:
 $98 - 9 = 89$



a) Bewijs de volgende identiteit: $\sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha = \sec^2 \alpha \cdot \csc^2 \alpha$.

$$\begin{aligned}
 \sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha &= \left(\frac{1}{\cos \alpha} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sin \alpha} \right)^2 \\
 &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha} \\
 &= \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha} \\
 &= \frac{1}{\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha} \\
 &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha} \\
 &= \sec^2 \alpha \cdot \csc^2 \alpha
 \end{aligned}$$

b) Bereken $\tan \alpha$, $\sec \alpha$ en $\csc \alpha$ als je weet dat $\sin \alpha = \frac{5}{13}$.

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\
 \left(\frac{5}{13} \right)^2 + \cos^2 \alpha &= 1 \\
 \cos^2 \alpha &= 1 - \frac{25}{169} \\
 \cos \alpha &= \sqrt{\frac{144}{169}} \\
 \cos \alpha &= \frac{12}{13} \\
 \bullet \quad \tan \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\
 &= \frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} \\
 &= \frac{5}{13} \cdot \frac{13}{12} \\
 &= \frac{5}{12} \\
 \bullet \quad \sec \alpha &= \frac{1}{\cos \alpha} \\
 &= \frac{1}{\frac{12}{13}} \\
 &= 1 \cdot \frac{13}{12} \\
 &= \frac{13}{12} \\
 \bullet \quad \csc \alpha &= \frac{1}{\sin \alpha} \\
 &= \frac{1}{\frac{5}{13}} \\
 &= 1 \cdot \frac{13}{5} \\
 &= \frac{13}{5}
 \end{aligned}$$



Los het stelsel op.

$$\begin{cases} \frac{x-1}{8} + \frac{y-2}{2} = -1 \\ x + \frac{2y-5}{4} = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 + 4(y - 2) = -8 \\ 4x + 2y - 5 = 48 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 4y = 1 & \cdot (-4) \\ 4x + 2y = 53 & \cdot 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x - 16y = -4 \\ 4x + 2y = 53 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -14y = 49 \\ 4x + 2y = 53 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{49}{14} = -\frac{7}{2} \\ 4x - 2 \cdot \frac{7}{2} = 53 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{7}{2} \\ 4x = 53 + 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{7}{2} \\ x = \frac{60}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(15, -\frac{7}{2} \right) \right\}$$



De som van 2 getallen is 154.

Als je het grootste getal deelt door het kleinste, dan is het quotiënt 2 en de rest 7.

Bepaal het grootste getal.

- Keuze onbekenden:

grootste getal: x

kleinste getal: y

- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} x + y = 154 \\ x = 2y + 7 \end{cases}$$

- Oplossen stelsel:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y + 7 + y = 154 \\ x = 2y + 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 147 \\ x = 2y + 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 49 \\ x = 105 \end{cases}$$

$$V = \{(105, 49)\}$$

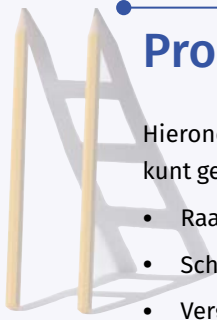
- Antwoord: Het grootste getal is 105.

- Controle:

$$105 + 49 = 154$$

$$105 = 49 \cdot 2 + 7$$





Problemen oplossen met heuristieken

Hieronder vind je twee problemen. Je moet zelf een oplossingsstrategie kiezen en nagaan welke wiskundekennis je kunt gebruiken om het probleem op te lossen.

- Raadpleeg je vademecum om een gepaste heuristiek te kiezen en denk soms out of the box.
- Schrijf jouw oplossing netjes uit zodat je die kunt presenteren voor andere leerlingen.
- Vergelijk jouw oplossing met die van een andere leerling.
- Werk samen en kom tot nieuwe inzichten bij het oplossen van problemen.

Probleem 5

Bereken de omtrek van deze gelijkbenige driehoek waarvan de omgeschreven cirkel een omtrek van 80 cm heeft.

Gekozen heuristiek: Het gegeven en gevraagde aanduiden op de figuur, het verzamelen van de nodige informatie, een formule gebruiken, het probleem oplossen door een vergelijking op te lossen.

$$2\pi r = 80 \text{ dus } r = \frac{80}{2\pi} = 12,73$$

$$|BC| = 25,46$$

Pythagoras in $\triangle ABC$:

$$z^2 + z^2 = 25,46^2$$

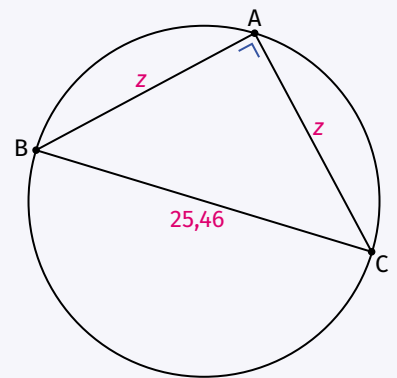
$$2z^2 = 648,21$$

$$z^2 = 324,11$$

$$z \approx 18$$

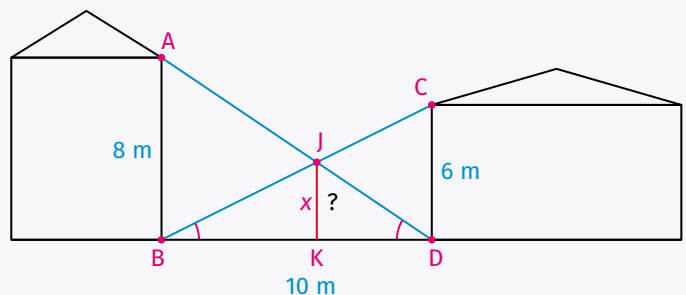
$$p_{\text{driehoek}} = 18 \text{ cm} + 18 \text{ cm} + 2 \cdot 12,73 \text{ cm} = 18 \text{ cm} + 18 \text{ cm} + 25,46 \text{ cm} = 61,46 \text{ cm}$$

Antwoord: De omtrek van de driehoek is ongeveer 61,46 cm.



Probleem 6

Tussen twee gebouwen worden 2 kabels kruiselings opgespannen. Wat is de maximale hoogte die onder deze kabels kan passeren? Hoe groot zijn de hellingshoeken aan beide gebouwen?



Gekozen heuristiek: Het gegeven en gevraagde aanduiden op de figuur. Het verzamelen van de nodige informatie, een formule gebruiken.

$$\tan \hat{B} = \frac{6 \text{ m}}{10 \text{ m}} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \hat{B} = 30^\circ 57' 50''$$

$$\tan \hat{D} = \frac{8 \text{ m}}{10 \text{ m}} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow \hat{D} = 38^\circ 39' 35''$$

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{|BK|} \Leftrightarrow x = \frac{3}{5}|BK| \quad (1)$$

$$\frac{4}{5} = \frac{x}{|DK|} = \frac{x}{10 - |BK|} \Leftrightarrow x = \frac{4}{5}(10 - |BK|) \quad (2)$$

Uit (1) en (2):

$$\frac{3}{5}|BK| = \frac{4}{5}(10 - |BK|)$$

$$\frac{3}{5}|BK| = 8 - \frac{4}{5}|BK|$$

$$\frac{7}{5}|BK| = 8$$

$$|BK| = \frac{40}{7}$$

$$x = \frac{3}{5} \cdot |BK| = \frac{3}{5} \cdot \frac{40}{7} = \frac{24}{7} \approx 3,43$$

Antwoord: De maximale hoogte die onder deze kabels kan passeren is 3,43 meter.

De hellingshoeken zijn $30^\circ 57' 50''$ en $38^\circ 39' 35''$.

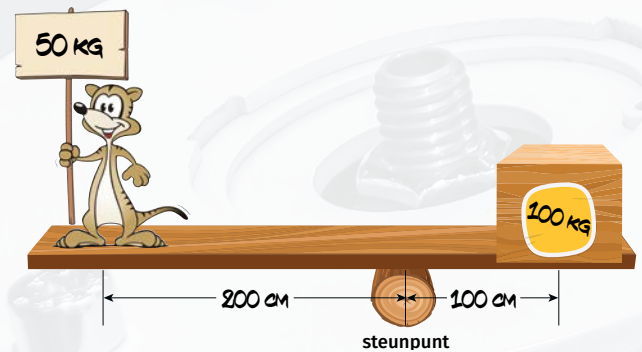
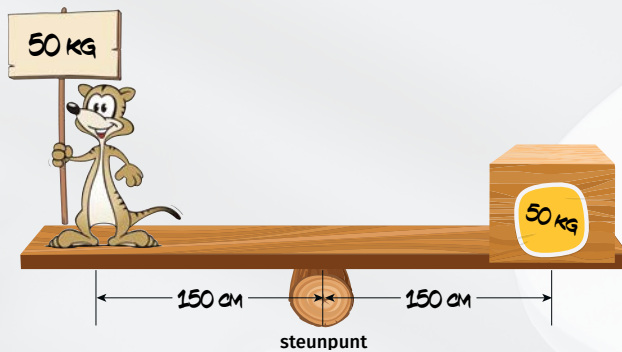


Wiskunde in de mechanica

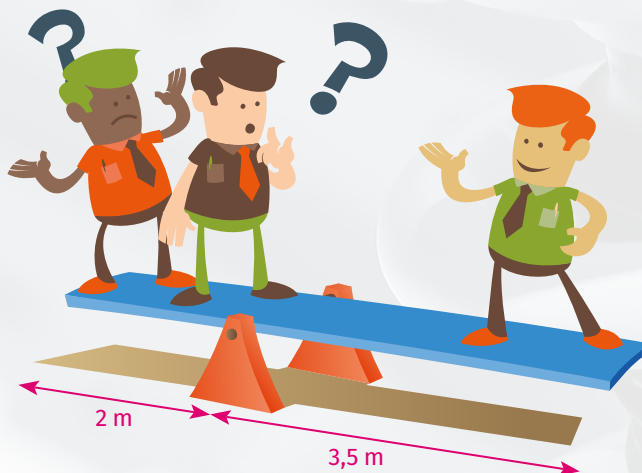
Hefbomen

Op beide afbeeldingen is de wip in evenwicht omdat $M_{\text{links}} = M_{\text{rechts}}$ waarbij $M = F \cdot l$

Grootheid	Symbol	Eenheid
moment	M	Newtonmeter (Nm)
kracht	F	Newton (N)
lengte	l	meter (m)



De personen links oefenen een kracht uit van 700 N en zijn dus zwaarder dan de ene persoon rechts, maar toch is de wip in evenwicht. Welke kracht oefent de rechtse persoon uit?



rechtse persoon: x

$$M_{\text{links}} = M_{\text{rechts}}$$

$$700 \cdot 2 = x \cdot 3,5$$

$$\frac{1400}{3,5} = x$$

$$400 = x$$

Antwoord: De rechtse persoon oefent een kracht van 400 N uit.

De staaf AB wordt ondersteund door een scharnier in het punt B en een touw vastgemaakt in het midden van de staaf en het punt C. Bereken de lengte van het touw.

- ① Construeer uit M een loodlijn op BC.
Noem het snijpunt D.

- ② In $\triangle BMD$ met $\hat{D} = 90^\circ$ geldt:

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad \cos \hat{B} &= \frac{|BD|}{|BM|} \\ \cos 60^\circ &= \frac{|BD|}{2,5} \\ \cos 60^\circ \cdot 2,5 &= |BD| \\ 1,25 &= |BD| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad \sin \hat{B} &= \frac{|MD|}{|BM|} \\ \sin 60^\circ &= \frac{|MD|}{2,5} \\ \sin 60^\circ \cdot 2,5 &= |MD| \\ 2,17 &\approx |MD| \end{aligned}$$

③ $|CD| = 3,75 + 1,25 = 5$

- ④ In $\triangle CDM$ met $\hat{D} = 90^\circ$ geldt:

$$\begin{aligned} |CM|^2 &= |MD|^2 + |CD|^2 \\ |CM|^2 &= 2,17^2 + 5^2 \\ |CM| &= \sqrt{2,17^2 + 5^2} \\ |CM| &\approx 5,45 \end{aligned}$$

Antwoord: Het touw is ongeveer 5,45 m lang.

